



Estimation des paramètres hydrodynamiques des sols à partir d'une modélisation inverse de données d'infiltration et de résistivité électrique

Sebastien Schneider

► To cite this version:

Sebastien Schneider. Estimation des paramètres hydrodynamiques des sols à partir d'une modélisation inverse de données d'infiltration et de résistivité électrique. Sciences de la Terre. Université Paris Sud - Paris XI, 2008. Français. NNT: . tel-00398650

HAL Id: tel-00398650

<https://theses.hal.science/tel-00398650>

Submitted on 24 Jun 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**ESTIMATION DES PARAMETRES HYDRODYNAMIQUES
DES SOLS A PARTIR D'UNE INVERSION JOINTE DE
DONNEES D'INFILTRATION ET DE RESISTIVITE
ELECTRIQUE**

THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE PARIS-SUD 11

Discipline : Sciences de la Terre et de l'univers

Présentée par : **Sébastien Schneider**

Pour l'obtention du grade de Docteur de l'Université Paris-Sud 11

Jury composé de :

COQUET Yves, directeur de thèse, UMR INRA/AgroParisTech

PESSEL Marc, directeur de thèse, UPXI, UMR 8148

RICHARD Guy, rapporteur, INRA Orléans, UR0272

TABBAGH Alain, rapporteur, UPVI, UMR 7619

VANCLOOSTER Marnik, examinateur, Université catholique de Louvain

VANDERBORGHT Jan, membre invité, Agrosphere, ICG-IV, Forschungszentrum

ZEYEN Hermann, examinateur, UPXI, UMR 8148

TABLE DES MATIERES

LISTE DES NOTATIONS.....	5
LISTE DES FIGURES.....	7
LISTE DES TABLEAUX.....	9
INTRODUCTION GENERALE.....	11
OBJECTIF DE LA THESE.....	15
CHAPITRE 1. ESTIMATION DES PARAMETRES DE TRANSPORT DE L'EAU ET DES SOLUTES DANS LES SOLS NON SATURES : PRINCIPE, LIMITES	17
1.1. HYDRODYNAMIQUE ET TRANSPORT DES SOLUTES EN ZONE NON SATUREE	17
1.1.1. Équation de Richards	17
1.1.2. Paramètres de Mualem-van Genuchten.....	19
1.1.3. Processus de transport des solutés.....	19
1.1.4. Equation de convection-dispersion et coefficients de dispersion.....	20
1.1.5. Quelles méthodes pour estimer les paramètres hydrodynamiques et de transport des solutés ?.....	22
1.1.6. Un exemple d'outil de mesure des propriétés hydrodynamiques du sol : l'infiltromètre à disque	24
1.2. LA CONDUCTIVITE ELECTRIQUE DU SOL, MESURE INDIRECTE DE LA TENEUR EN EAU VOLUMIQUE DU SOL.....	28
1.2.1. Définitions	29
1.2.1.1. Résistance, résistivité, conductance et conductivité.....	29
1.2.1.2. Origine de la conductivité électrique des sols	30
1.2.1.3. Paramètres influençant la conductivité électrique.....	30
1.2.2. Méthodes de mesures de la conductivité électrique apparente	33
1.2.2.1. Les méthodes basées sur la mesure de la résistivité électrique	33

1.2.2.2. La méthode d'induction électromagnétique EM	34
1.2.2.3. Réflectrométrie en domaine temporel (TDR)	34
1.2.3. Modèles prédictifs de la conductivité électrique apparente	35
1.2.3.1. Loi d'Archie	35
1.2.3.2. Modèles à 2 ou 3 éléments conducteurs disposés en parallèle.....	36
1.2.3.3. Modèle de Mualem et Friedman	39
1.2.3.4. Quel modèle choisir ?	40
1.3. PROBLEME INVERSE	41
1.3.1. Définition du problème inverse.....	41
1.3.2. Méthodes d'inversion.....	42
1.3.3. Méthode utilisée : Algorithme de Levenberg-Marquardt	43
1.3.4. Fonctionnement général de PEST	44
1.3.5. Linéarisation du problème.....	45
1.3.6. Le paramètre de Marquardt	46
1.3.7. Calcul des dérivées.....	47
1.3.8. Fin de l'optimisation	48
1.3.9. Calcul de la sensibilité des observations	48
CHAPITRE 2. EXPERIMENTATION NUMERIQUE.....	49
2.1. MATERIELS ET METHODES	49
2.1.1. Description de l'expérience.....	49
2.1.2. Modélisation hydraulique.....	51
2.1.3. Modélisation électrique	52
2.1.4. Unicité et stabilité de la solution	53
2.1.5. Paramétrisation.....	54
2.1.6. Fonction objective	57
2.1.7. Ajout de bruit sur les données	59
2.1.8. Scénarios	59
2.2. RESULTATS – DISCUSSION	60
2.2.1. Représentations de la fonction objective.....	60
2.2.2. Scénarios	67
2.2.2.1. Sol sablo-limoneux, optimisation de 3 paramètres	67
2.2.2.2. Sol sablo-limoneux, optimisation de 5 paramètres	70
2.2.2.3. Sol limoneux, optimisation de 3 paramètres	72

2.2.2.4. Sol limoneux, optimisation de 5 paramètres	74
2.2.3. Discussion - Conclusions	77
CHAPITRE 3. EXPERIMENTATION SUR DONNEES DE TERRAIN	81
3.1. MATERIELS ET METHODES	81
3.1.1. Présentation des sites d'étude	81
3.1.1.1. Sol limoneux : Grignon	81
3.1.1.2. Sol sableux : Cernay-la-Ville	83
3.1.1.3. Sol argileux : Rambouillet.....	84
3.1.2. Infiltromètre à disque	84
3.1.3. Dispositif de mesure de la résistivité électrique.....	85
3.1.4. Mesure des courbes de rétention en eau	85
3.1.5. Modélisation de la résistivité électrique apparente	86
3.1.6. Paramétrage du problème inverse et scénarios	87
3.2. RESULTATS DE TERRAIN	89
3.2.1. Cinétiques d'infiltration	89
3.2.2. Résistivités électriques	93
3.2.2.1. État initial	93
3.2.2.2. État transitoire	100
3.2.3. Courbes de teneur en eau	103
3.3. RESULTATS DES INVERSIONS DES PARAMETRES HYDRODYNAMIQUES	106
3.3.1. Sol limoneux : Grignon	106
3.3.1.1. Valeur de la fonction objective et RMSE.....	106
3.3.1.2. Estimations des paramètres et intervalles de confiance	110
3.3.1.3. Corrélations de paramètres.....	114
3.3.2. Sol sableux : Cernay-la-ville	118
3.3.2.1. Valeur de la fonction objective et RMSE.....	118
3.3.2.2. Estimations des paramètres et intervalles de confiance	119
3.3.2.3. Corrélations de paramètres.....	120
3.3.3. Sol argileux : Rambouillet.....	122
3.3.3.1. Valeur de la fonction objective et RMSE.....	122
3.3.3.2. Estimations des paramètres et intervalles de confiance	123
3.3.3.3. Corrélations de paramètres.....	125
3.3.4. Sensibilité des quadripôles	126

3.3.5. Discussion et conclusions.....	126
CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES.....	129
BIBLIOGRAPHIE	131
ANNEXE : MODELISATION DES FLUX ELECTRIQUES AVEC SWMS_3D.....	143

LISTE DES NOTATIONS

A	paramètre de Rhoades (sans dimension)
B	paramètre de Rhoades (sans dimension)
C	concentration d'une espèce chimique dans la phase liquide [$M L^{-3}$]
D	coefficient de dispersion [L]
D_L	coefficient de dispersion longitudinale [$L^2 T^{-1}$]
D_T	coefficient de dispersion transversale [$L^2 T^{-1}$]
d_{eq}	diamètre maximal équivalent de pore [L]
d_0	coefficient de diffusion moléculaire [$L^2 T^{-1}$]
f_T	facteur de conversion de température (sans dimension)
F	facteur de formation (sans dimension)
g	accélération de la pesanteur [LT^{-2}]
h	potentiel matriciel [L]
h_0	potentiel de l'eau à la sortie de l'infiltromètre [L]
K	conductivité hydraulique [$L T^{-1}$]
K_s	conductivité hydraulique à saturation [$L T^{-1}$]
K_r	conductivité hydraulique relative [$L T^{-1}$]
l	paramètre de tortuosité du sol (sans dimension)
m	paramètre hydrodynamique de Mualem-van Genuchten (sans dimension)
n	paramètre hydrodynamique de Mualem-van Genuchten (sans dimension)
p_{atm}	pression atmosphérique [$M L^{-1} T^{-2}$]
p_{airVM}	pression de l'air dans le vase de Mariotte [$M L^{-1} T^{-2}$]
P_e	nombre de Péclet (sans dimension)
p_0	pression de l'eau p_0 à la sortie du disque de l'infiltromètre [$M L^{-1} T^{-2}$]
q	flux hydraulique [$L T^{-1}$]
r	rayon du disque d'infiltration [L]
S	concentration de la phase adsorbée [$M M^{-1}$]
S_e	Taux effectif de saturation (sans dimension)
t	temps
T	coefficient de transmission de Rhoades (sans dimension)
U	vitesse de Darcy [$L T^{-2}$]

Liste des notations

v	vitesse microscopique moyenne [$L T^{-2}$]
z	coordonnée verticale
α	paramètre hydrodynamique de Mualem-van Genuchten [L^{-1}]
α_L	coefficients de dispersion intrinsèque longitudinale [L]
α_T	coefficients de dispersion intrinsèque transversale [L]
ε	permittivité diélectrique [$C V^{-1} L^{-1}$]
ϕ	potentiel hydraulique [L]
Φ	fonction objective (sans dimension)
λ	paramètre de Marquardt (sans dimension)
θ	teneur en eau volumique [$L^3 L^{-3}$]
θ_i	teneur en eau volumique initiale [$L^3 L^{-3}$]
θ_s	teneur en eau volumique à saturation [$L^3 L^{-3}$]
θ_r	teneur en eau volumique résiduelle [$L^3 L^{-3}$]
ρ	résistivité électrique de l'échantillon [$V A^{-1} L$]
ρ_b	densité apparente du sol [$M L^{-3}$]
ρ_w	masse volumique de l'eau [$M L^{-3}$]
σ_a	conductivité électrique apparente [$V^{-1} A L^{-1}$]
σ_b	conductivité électrique volumique [$V^{-1} A L^{-1}$]
σ_s	conductivité électrique de surface des grains [$V^{-1} A L^{-1}$]
σ_w	conductivité électrique de l'eau [$V^{-1} A L^{-1}$]
φ	potentiel électrique [V]

LISTE DES FIGURES

Figure 1. Schéma de l'infiltromètre à disque	27
Figure 2. a) Vue apicale du domaine de simulation, avec les coordonnées du système et la position de l'infiltromètre (cercle) et des 9 électrodes (croix). b) Photo de l'infiltromètre et des électrodes disposées en ligne.....	50
Figure 3. Courbe théorique d'infiltration cumulée en fonction du temps, simulée par SWMS_3D (Simunek et al., 1995).....	58
Figure 4. Contours de la fonction objective pour les données électriques (a), les données de volumes infiltrés (b), et la somme des deux (c). Cas d'une courbe d'infiltration à 3 mesures .	63
Figure 6. Évolution de la fonction objective et de la valeur des paramètres pour le sol sablo-limoneux. Les paramètres pétrophysiques (A, B) sont connus.	68
Figure 7. Évolution de la fonction objective et de la valeur des paramètres pour le sol sablo-limoneux avec uniquement des données d'infiltration.	70
Figure 8. Évolution de la fonction objective et de la valeur des paramètres pour le sol sablo-limoneux.....	71
Figure 9. Évolution de la fonction objective et de la valeur des paramètres pour le sol limoneux. Les paramètres pétrophysiques (A, B) sont connus.	74
Figure 10. Évolution de la fonction objective et de la valeur des paramètres pour le sol limoneux avec uniquement des données d'infiltration.	75
Figure 11. Évolution de la fonction objective et de la valeur des paramètres pour le sol limoneux.....	76
Figure 12. Courbes de teneur en eau volumique du sol sablo-limoneux et du sol limoneux...	79
Figure 13. Dunes de sable de Cernay-la-ville (a), et profil vertical d'environ 50 cm (b).	83

Figure 14. Cinétiques d'infiltration pour le sol de Grignon. a) le 18/07/07. b) le 19/07/07. c) le 27/09/07. d) le 26/10/07. e) le 31/03/08 matin. f) le 31/03/08 après-midi. g) le 26/06/08.....	90
Figure 15. Cinétiques d'infiltration pour le sol de Cernay. a) le 17/10/07. b) le 10/04/08.....	91
Figure 16. Cinétiques d'infiltration pour le sol de Rambouillet. a) le 16/10/07. b) le 19/06/08.	92
Figure 17. Résistivité électrique apparente des 54 quadripôles. Grignon 18-07-07.	95
Figure 18. Résistivité électrique apparente des 54 quadripôles. Grignon 19-07-07.	95
Figure 19. Résistivité électrique apparente des 54 quadripôles. Grignon 27-09-07.	96
Figure 20. Résistivité électrique apparente des 54 quadripôles. Grignon 26-10-07.	96
Figure 21. Résistivité électrique apparente des 54 quadripôles. Grignon 31-03-08, matin.	97
Figure 22. Résistivité électrique apparente des 54 quadripôles. Grignon 31-03-08, après-midi.	97
Figure 23. Résistivité électrique apparente des 54 quadripôles. Grignon 26-06-08.	98
Figure 24. Résistivité électrique apparente des 54 quadripôles. Cernay 17-10-07.	98
Figure 25. Résistivité électrique apparente des 54 quadripôles. Cernay 10-04-08.	99
Figure 26. Résistivité électrique apparente des 54 quadripôles. Rambouillet 16-10-07.	99
Figure 27. Résistivité électrique apparente des 39 quadripôles. Rambouillet 19-06-08.	100
Figure 28. Courbes de teneur en eau volumique. Grignon. 10 échantillons.	104
Figure 29. Courbes de teneur en eau volumique. Cernay. 9 échantillons.	104
Figure 30. Courbes de teneur en eau volumique. Rambouillet. 6 échantillons.	105

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1. Disposition des 54 quadripôles (9 électrodes espacées de 5cm)	50
Tableau 2. Discrétisation spatiale et dimensions des domaines de simulation	51
Tableau 3. Valeurs typiques des paramètres hydrodynamiques selon Carsel et Parrish (1988)	55
Tableau 4. Granulométrie et valeurs des paramètres de Rhoades pour 5 sols	56
Tableau 5. Paramètres initiaux et paramètres réels	56
Tableau 6. Résultats des estimations pour les 4 scénarios du sol sablo-limoneux.....	67
Tableau 7. Matrice des coefficients de corrélation (sol sablo-limoneux)	69
Tableau 8. Résultats des estimations pour les 4 scénarios du sol limoneux	73
Tableau 9. Matrice des coefficients de corrélation (sol limoneux)	73
Tableau 10. Synthèse des conditions d'expériences de terrain (lieu, date, conditions d'infiltration et de mesures électriques).....	82
Tableau 11. Résistivités électriques apparentes initiales.....	93
Tableau 12. Résultats des estimations pour les 4 scénarios du sol de Grignon, le 26-10-07. 107	
Tableau 13. Résultats des estimations pour les 4 scénarios du sol de Grignon, le 31-03-08 matin.....	108
Tableau 14. Résultats des estimations pour les 4 scénarios du sol de Grignon, le 26-06-08. 109	
Tableau 15. Valeurs des paramètres estimés à partir de méthodes différentes	112
Tableau 16. Matrices des coefficients de corrélation des paramètres pour les 4 scénarios du sol de Grignon, le 26-10-07	115

Tableau 17. Matrices des coefficients de corrélation des paramètres pour les 4 scénarios du sol de Grignon, le 31-03-08 matin	116
Tableau 18. Matrices des coefficients de corrélation des paramètres pour les 4 scénarios du sol de Grignon, le 26-06-08	117
Tableau 19. Résultats des estimations pour les 4 scénarios du sol de Cernay, le 10-04-08...	121
Tableau 20. Matrices des coefficients de corrélation des paramètres pour les 4 scénarios du sol de Cernay, le 10-04-08	122
Tableau 21. Résultats des estimations pour les 4 scénarios du sol de Rambouillet, 16-10-07	124
Tableau 22. Matrices des coefficients de corrélation des paramètres pour les 4 scénarios du sol de Rambouillet, 16-10-07	125
Tableau 23. Valeur moyenne de la sensibilité pour les 54 quadripôles, pour les 4 scénarios	127

Introduction générale

En science du sol, comme dans de nombreux domaines, l'utilisation des ordinateurs et du calcul numérique a, durant ces dernières décennies, connu un essor important. Le développement rapide de la puissance des ordinateurs conjugué à des innovations dans les techniques numériques, permet aux modèles qui simulent les transferts d'eau, de soluté, de chaleur dans le sol d'être de plus en plus performants.

Cependant le fonctionnement des modèles de transport dans le sol (et plus largement dans la zone dite non saturée ou plus exactement variablement saturée) exige un important travail de quantification des paramètres hydrodynamiques. De la précision de ces estimations dépend la qualité des modèles et des prédictions que l'on peut en attendre.

Aucun modèle mathématique ne saurait représenter le sol, qui est un système naturel, de façon tout à fait correcte, c'est-à-dire avec toute la complexité de l'arrangement géométrique de ses particules constitutives. Il n'existe pas de modèle purement physique qui décrive le sol, mais seulement des modèles conceptuels et à base physique. Le sol est représenté comme un ensemble de capillaires cylindriques, reliés entre eux, et dans lesquels l'eau est présente ou non en fonction de son potentiel matriciel h . Ainsi, par le biais de cette représentation schématique du sol, il est possible de simuler des transferts d'eau qui s'exercent sous l'effet de gradients de pression. L'équation aux dérivées partielles (équations de Richards) qui permet de décrire le transport de l'eau dans le sol nécessite la formulation de deux fonctions mathématiques $K(h)$ et $\theta(h)$ qui représentent respectivement la conductivité hydraulique, et la teneur en eau volumique, en fonction du potentiel matriciel.

Il est important de garder en tête que si, en effet, la théorie capillaire présente des avantages, elle est imparfaite pour décrire le sol, car les agrégats du sol comportent des vides ou pores qui ne sont ni cylindriques, ni reliés entre eux. A partir de cette représentation conceptuelle du sol comme un ensemble de capillaires reliés entre eux, de nombreux auteurs ont proposé des

relations mathématiques permettant de décrire les fonctions $K(h)$ et $\theta(h)$. Parmi les plus utilisées, on peut citer les modèles de Burdine (1953), Childs et Collis-George (1950), Millington et Quirk (1961), ou Mualem (1976) - van Genuchten (1980). C'est ce dernier modèle que nous avons choisi dans le cadre de ce travail, et on entendra par la suite, par paramètres hydrodynamiques, les paramètres de Mualem-van Genuchten.

L'estimation des paramètres hydrodynamiques qui interviennent dans l'expression des paramètres de l'équation de Richards revêt donc une importance majeure. L'estimation de ces paramètres est une étape très délicate dans l'utilisation des modèles et les résultats que l'on peut en attendre en dépendent fortement. C'est justement parce que le modèle sous-jacent ne repose pas complètement sur une base physique, que la valeur des estimations des paramètres hydrodynamiques peut être variable en fonction de la technique utilisée. De plus, les analyses de sensibilité des modèles montrent que, assez souvent, les paramètres les plus sensibles ne sont pas directement mesurables.

Parmi ces paramètres hydrodynamiques, il n'y a qu'un paramètre (la teneur en eau à saturation) qui puisse être obtenu par une mesure directe. Les autres ne peuvent être mesurés directement car ces paramètres hydrodynamiques sont des coefficients qui interviennent dans les expressions $K(h)$ et $\theta(h)$. Ainsi, l'estimation des paramètres hydrodynamiques ne peut pas s'effectuer simplement par des mesures. Il est nécessaire de calculer ces paramètres, soit par un ajustement de type moindre carré opéré sur un jeu de données expérimentales, soit par une technique dite d'inversion. Il est reconnu que les méthodes inverses présentent l'avantage de donner des jeux de paramètres plus cohérents, car tous les paramètres sont estimés dans une même procédure et permettent de reproduire ainsi correctement l'événement modélisé. La méthode d'estimation inverse consiste à modéliser l'expérience avec différentes combinaisons de paramètres et à retenir celle qui permet de décrire au mieux les résultats expérimentaux. Ce type de modélisation inverse est aussi appelé calibration. Les méthodes d'estimation inverse des paramètres hydrodynamiques ont en commun :

- de décrire une expérience impliquant un flux d'eau.
- de mesurer l'évolution d'une ou plusieurs variables lors de cette expérience (teneur en eau, volume infiltré par exemple).
- de résoudre numériquement ou analytiquement les équations du transport.

- de déterminer le jeu de paramètres qui décrit au plus près l'expérience en minimisant l'écart entre les valeurs des variables mesurées et les valeurs calculées.

Avec le développement considérable de la puissance de calcul des ordinateurs lors de ces dernières décennies, ces méthodes ont connu un engouement croissant, et de nombreuses innovations ont vu le jour. Des travaux de modélisation inverse des paramètres hydrodynamiques ont été réalisés à l'aide, par exemple, de données d'infiltration (Simunek et van Genuchten, 1996 ; Simunek et al., 1999), de données TDR, radar (Lambot et al., 2004), tensiométriques, ou électriques (Inoue et al., 2000), ou d'une combinaison des deux méthodes radar et électrique (Looms et al., 2008).

On remarque que le recours en science du sol à des outils géophysiques (TDR, radar, résistivité électrique) est de plus en plus fréquent. Les principaux intérêts des méthodes géophysiques sont multiples : un caractère non destructeur et non invasif, des possibilités de spatialisation des mesures (on obtient avec le radar ou la résistivité électrique des mesures continues et non discrètes, comme dans le cas de la mesure tensiométrique par exemple), et la possibilité également d'acquérir de façon continue dans le temps des données. Rapidité et faible coût des mesures peuvent aussi être des arguments avancés en leur faveur.

Objectif de la thèse

L'objectif de cette thèse est d'estimer, par une modélisation inverse, les paramètres hydrodynamiques de différents sols à partir d'expériences d'infiltrométrie à disque, en adjoignant aux mesures de volumes infiltrés des mesures de résistivité électrique. Le choix de l'infiltromètre à disque résulte de sa capacité à provoquer une infiltration à un potentiel négatif, qui permet de tester la conductivité hydraulique en de ça de la saturation. De plus, l'infiltromètre à disque permet de choisir un potentiel d'infiltration avec une bonne précision (± 1 mm), et cette condition de potentiel imposé est parfaitement compatible avec le modèle de simulation des flux d'eau que l'on a choisi (SWMS_3D).

Comme la résistivité électrique du sol dépend largement de la teneur en eau de celui-ci, on peut concevoir la mesure de la résistivité électrique comme une mesure indirecte de la teneur en eau. Il faudra pour cela utiliser une relation pétrophysique permettant de relier explicitement résistivité électrique et teneur en eau.

On se propose de réaliser des mesures de résistivité électrique de façon active, c'est-à-dire non pas de mesurer le champ de potentiel électrique naturellement présent dans le sol, mais d'injecter du courant entre des électrodes et de mesurer avec d'autres électrodes la différence de potentiel électrique. On peut signaler qu'il existe une méthode électrique pour laquelle on mesure des différences de potentiel électrique entre deux points dans le sol sans injecter de courant qui est la polarisation spontanée (Sill, 1983 ; Corwin, 1990 ; Patella, 1997). Cependant la modélisation des phénomènes responsables des courants électriques de polarisation spontanée aurait largement dépassé le cadre de ce travail.

Il apparaît primordial pour ce type de problème d'en étudier sa définition, c'est-à-dire de s'assurer que le problème est correctement posé : il faut éviter les sous-déterminations et surdéterminations du problème. Et pour cela répondre aux questions : quels paramètres peuvent être inversés ? Dans quelles conditions expérimentales se placer ?

Après un premier chapitre faisant le point les questions d'inversion des paramètres hydrodynamiques et sur l'état des connaissances relevant de la résistivité électrique des sols, dans le second chapitre, on étudiera le bien fondé de la méthode proposée par le biais d'une étude numérique (utilisation de données synthétiques), alors que, dans le troisième chapitre, on appliquera la méthode à des données réelles. Ces données seront acquises sur des sols de la région parisienne. On choisira des types de sols contrastés afin de tester la méthode dans des conditions variées. Après cela, nous poursuivrons l'étude en complexifiant le problème en réalisant des infiltrations contrôlées successives avec des solutions de forces ioniques différentes, afin d'appréhender le paramètre de dispersion mécanique des solutés dans les sols.

CHAPITRE 1. Estimation des paramètres de transport de l'eau et des solutés dans les sols non saturés : principe, limites

En préalable à la présentation de la méthode utilisée et des résultats, il semble nécessaire d'énoncer les équations qui permettent de décrire les flux d'eau dans le sol ainsi que les variables et paramètres associés, et de discuter des méthodes déjà existantes pour l'estimation de ces paramètres.

Il faudra également définir ce qu'on entend par conductivité électrique du sol, rappeler les paramètres qui la contrôlent, ainsi que les modèles et équations qui tentent de la relier à d'autres paramètres du sol, comme la teneur en eau.

Enfin, on rappellera la définition du problème inverse, avant de présenter l'algorithme d'inversion utilisé, et de discuter du choix d'une fonction objective adaptée au problème étudié.

1.1. Hydrodynamique et transport des solutés en zone non saturée

1.1.1. Équation de Richards

Les flux d'eau dans un milieu poreux et variablement saturé sont décrits classiquement par l'équation de Richards (1931). Cette équation générale des écoulements en milieu non saturé résulte d'une combinaison de la loi de Darcy, étendue aux milieux non saturés, et de l'équation de continuité. Cette dernière s'écrit :

$$\frac{\partial \theta(h)}{\partial t} = - \frac{\partial q}{\partial z} \quad (1)$$

où h est le potentiel matriciel [L], θ est le contenu en eau volumique du sol (sans dimension), q est le flux [L T⁻¹], t est le temps [T], et z [L] est la coordonnée verticale comptée positivement vers le haut.

La loi de Darcy exprime la relation qui existe entre le flux et le gradient hydraulique :

$$q = -K(h) \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2)$$

où K est la conductivité hydraulique [L T⁻¹], et ϕ est le potentiel hydraulique [L]. Ainsi, exprimée dans une forme à 3 dimensions, où la conductivité hydraulique K est isotrope, l'équation de Richards s'écrit:

$$\frac{\partial \theta(h)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[K(h) \frac{\partial (h + x_i)}{\partial x_i} \right] \quad (3)$$

où $x_i (i=1,2,3)$ sont les coordonnées spatiales avec x_1 la coordonnée verticale comptée positivement vers le haut.

La résolution de l'équation de Richards implique au préalable une formalisation mathématique des fonctions $K(h)$ et $\theta(h)$, qui sont respectivement la conductivité hydraulique du milieu, et la teneur en eau volumique en fonction du potentiel matriciel h .

Il existe deux groupes principaux de modèles permettant d'appréhender la relation $K(h)$. Le premier se base sur une généralisation de l'approche de Kozeny, pour lequel la conductivité hydraulique relative K_r dépend du taux effectif de saturation S_e :

$$K_r = \frac{K}{K_s} = S_e^\alpha \quad (4)$$

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (5)$$

où K_s est la conductivité hydraulique à saturation [L T⁻¹], α est un coefficient qui varie entre 3 et 3,5 selon le sol, et θ_r et θ_s sont les teneurs en eau volumique résiduelle et à saturation respectivement.

Le second groupe de modèles, dits modèles statistiques, utilise une relation $\theta(\phi)$, teneur en eau en fonction du potentiel matriciel, pour calculer la fonction $K(\theta)$. Il comprend, entre autres les modèles de Burdine (1953), Wille et Gardner (1958), Childs et Collis-George (1950), Millington et Quirk (1961), Mualem (1976) et van Genuchten (1980).

Dans ces modèles, le milieu poreux est envisagé comme un ensemble de pores interconnectés. Chaque pore possède deux états d'équilibre possibles : rempli par un fluide ou vide (c'est-à-dire rempli d'air). La vitesse du fluide dans les pores est décrite par la loi de Poiseuille. L'équation de Darcy est appliquée à une tranche de sol qui échantillonne l'ensemble des pores, de tailles différentes, et alignés parallèlement. Ces modèles se différencient par les hypothèses sur l'interconnectivité des pores et la tortuosité. Nous avons choisi d'utiliser dans le cadre de ce travail le modèle le plus largement répandu qui est celui de van Genuchten (1980).

1.1.2. Paramètres de Mualem-van Genuchten

La formulation des fonctions $K(h)$ et $\theta(h)$ que nous avons choisie pour ce travail est celle de Mualem-van Genuchten qui utilise les expressions suivantes de $K(h)$ et $\theta(h)$, établies par Mualem (1976) et van Genuchten (1980) :

$$\theta(h) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left[1 + (\alpha h)^n \right]^{-m} \quad (6)$$

$$K(h) = K_s Se^l \left[1 - \left(1 - Se^{1/m} \right)^m \right]^p \quad (7)$$

où l est un paramètre lié à la tortuosité du sol (sans dimension), n et m des coefficients de forme tels que $m=1-1/n$ et $n>1$ (sans dimension), et α un coefficient de forme [L^{-1}].

1.1.3. Processus de transport des solutés

Selon de Marsily (1981), on distingue trois mécanismes principaux de migration des espèces chimiques dissoutes dans l'eau dans un milieu poreux : la convection, la diffusion moléculaire et la dispersion cinématique :

- La convection

C'est l'entraînement des éléments en solution dans le mouvement du fluide qui se déplace. Cependant, si le fluide présent dans le sol est pour partie immobile, la migration des éléments par voie convective n'est assurée que par la partie mobile du fluide présent dans le milieu. Ainsi la convection n'a lieu que dans la porosité dite cinématique (i.e. qui participe effectivement au transport de l'eau).

- La diffusion moléculaire

Ce phénomène est lié à l'agitation moléculaire. Dans un fluide au repos, les molécules et ions dissous se déplacent dans toutes les directions de manière aléatoire (mouvement brownien), la résultante de ces mouvements à l'échelle macroscopique étant nulle. En effet il n'y a pas de mouvement d'ensemble car la somme vectorielle des vitesses de toutes les particules s'annule. S'il existe un gradient de concentration, alors le mouvement brownien, par cette agitation moléculaire, tend à équilibrer les concentrations.

- La dispersion cinématique (appelée aussi dispersion hydrodynamique)

A l'échelle du pore, il existe un gradient de vitesse, selon lequel les molécules au centre du pore se déplacent plus rapidement que celles en bordure.

Selon le trajet de pore à pore parcouru, il s'opère aussi une différenciation des vitesses des particules.

1.1.4. Equation de convection-dispersion et coefficients de dispersion

Par le phénomène de dispersion cinématique, on tient en compte l'hétérogénéité du champ de vitesse. Par une loi analogue à la loi de Fick, on peut tenir compte de la dispersion cinématique grâce à l'usage d'un coefficient de dispersion \mathbf{D} [$L^2 T^{-1}$] qui s'intègre à l'équation 1D de convection-dispersion suivante :

$$\frac{\partial \theta C}{\partial t} + \rho_b \frac{\partial S}{\partial t} = -\frac{\partial \theta v C}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[\theta D \frac{\partial C}{\partial z} \right] - F(C, S) \quad (8)$$

où ρ_b est la densité apparente du sol [$M L^{-3}$], C la concentration en soluté [$M L^{-3}$], t le temps [T], S la concentration de la phase adsorbée [$M M^{-1}$], v la vitesse de l'eau [$L T^{-1}$] et $F(C, S)$ une fonction qui décrit les interactions solide-liquide (sorption, désorption, précipitation, dissolution).

Si l'on considère un milieu en 3 dimensions, alors $\overline{\overline{D}}$ est un tenseur symétrique du 2^{ème} ordre ayant comme direction principale la direction du vecteur vitesse de l'écoulement, les deux autres directions principales étant généralement orthogonales à la première. Le tenseur de dispersion exprimé dans les directions principales d'anisotropie se réduit à trois composantes :

$$\overline{\overline{D}} = \begin{vmatrix} D_L & 0 & 0 \\ 0 & D_T & 0 \\ 0 & 0 & D_T \end{vmatrix} \quad (9)$$

D_L étant le coefficient de dispersion longitudinale (dans le sens de l'écoulement) et D_T le coefficient de dispersion transversale (dans les deux directions orthogonales à l'écoulement).

Les valeurs de ces coefficients de dispersion varient avec la valeur du module de la vitesse de Darcy ou de la vitesse microscopique moyenne d'écoulement v ; on utilise le nombre de Péclet P_e [-], pour différencier les régimes d'écoulement et les rôles respectifs joués par les phénomènes de diffusion moléculaire et de dispersion cinématique :

$$P_e = \frac{|v|l}{d_0} \quad (10)$$

où v représente la vitesse microscopique moyenne [$L T^{-1}$], l la longueur caractéristique du milieu poreux (diamètre moyen des grains ou des pores) [L] et d_0 le coefficient de diffusion moléculaire [$L^2 T^{-1}$]. Plus P_e est élevé, plus la dispersion cinématique l'emporte sur la diffusion moléculaire. Pour $P_e=1$, les rôles des 2 phénomènes sont équilibrés.

Par ailleurs, il est souvent fait référence dans la littérature aux *coefficients de dispersion intrinsèque* α_L et α_T [L] qui sont égaux au quotient du coefficient de dispersion cinématique par la composante de la vitesse intergranulaire moyenne parallèle à la direction considérée.

$$\alpha_L = \frac{D_L}{U} \quad (11)$$

$$\alpha_T = \frac{D_T}{U} \quad (12)$$

où U est la vitesse de Darcy [$L T^{-1}$].

Ces paramètres sont très variables selon le type de mesure : de Marsily (1981) rapporte qu'en laboratoire, sur colonnes de sable, α_L est de l'ordre de quelques centimètres, alors que, à l'échelle des aquifères, il est de l'ordre du mètre à la centaine de mètres. α_T est beaucoup plus petit et vaut entre 1/5 et 1/100 de α_L . Il est admis qu'en moyenne α_T est égale au dixième α_L (tests de traçages en milieu aquifère). Par la suite on emploiera le terme 'dispersivité' pour désigner le coefficient de dispersion intrinsèque α_L et on utilisera le symbole D pour s'y référer.

Vanderborght et Vereecken (2007), qui font une analyse statistique sur 635 données de mesures de dispersivité (issus de 57 publications dans des journaux scientifiques), montrent qu'il y a une augmentation significative de la valeur de D lorsque les dimensions de l'expérience augmentent. Alors que, sur des mesures en laboratoire (colonnes ou échantillons), la moyenne des mesures est proche de 7 cm, les mesures de terrain montrent des valeurs égales en moyenne à 30 cm. De même, la nature des conditions aux limites de l'expérience utilisée pour mesurer D a un impact significatif sur sa valeur. Les valeurs obtenues lors d'expériences réalisées à saturation sont largement supérieures à celles obtenues lors d'expériences où la saturation n'est pas atteinte. D est donc un paramètre, qui dépend largement des conditions de l'expérience pendant laquelle on le détermine, ce qui implique par exemple, que son emploi pour des mesures prédictives doit être accompagné de multiples précautions.

1.1.5. Quelles méthodes pour estimer les paramètres hydrodynamiques et de transport des solutés ?

Il semble qu'il existe 3 approches bien distinctes pour estimer les paramètres hydrodynamiques :

- La première, qui a connu de nombreux développements depuis ses débuts il y a environ vingt ans, est l'utilisation de fonctions de pédotransfert. Il s'agit de fonctions mathématiques permettant d'estimer les courbes de rétention en eau et de conductivité hydraulique à partir de mesures de granulométrie, de porosimétrie par intrusion de mercure, de teneur en matière organique ou encore de masse volumique apparente (Bastet et al., 1998 ; Schaap et Leij, 2001). Dans le même ordre d'idée, Haverkamp et al. (2005) proposent un index de forme pour prédire l'allure de la courbe de rétention à partir des propriétés texturales du sol.

- La seconde approche consiste à acquérir des points expérimentaux de ces courbes $K(h)$ et $\theta(h)$, et de calibrer ensuite les relations afin que les courbes respectent au mieux les données expérimentales. On utilise par exemple des presses de Richards (Klute, 1986) pour obtenir des valeurs ponctuelles de $\theta(h)$, et des mesures de débit à partir d'infiltromètres à disque ou en cylindres sous pression pour obtenir des valeurs ponctuelles de $K(h)$.
- La dernière enfin est celle des méthodes dites inverses, comme la technique du flux à divers paliers de pression ('multistep outflow experiment') (Finsterle et Faynishenko, 1998). Le principe général de ces méthodes est de dériver les propriétés hydrodynamiques d'un sol à partir de mesures réalisées lors d'une expérience qui implique un flux d'eau. C'est un enregistrement de mesures sur un système dynamique. Il peut s'agir, par exemple, d'une infiltration d'eau ou d'une évaporation. Les mesures peuvent être la teneur en eau volumique du sol, la quantité d'eau infiltrée ou évaporée, ou encore le potentiel matriciel. Un algorithme d'optimisation est utilisé pour déterminer le jeu de paramètres qui permet de simuler au plus proche les mesures. Alors que les premières méthodes inverses mises au point nécessitaient, pour le traitement mathématique du problème, un état stationnaire, c'est-à-dire un flux constant au cours du temps, de nouvelles méthodes qui s'accommodent de régimes transitoires ont vu le jour. L'avantage de ces nouvelles méthodes est multiple : les expériences sont plus courtes, car il n'est pas nécessaire d'atteindre un régime permanent, l'information contenue est aussi plus large car le régime transitoire explore un domaine de valeurs des variables plus grand que le régime permanent (par exemple la sorptivité dans le cas d'une infiltration à disque). Le choix du type d'expérimentation est aussi plus large. On peut citer entre autres les expériences de «one-step» (Kool et al., 1985) ou «multi-step» (Eching et Hopmans, 1993) «outflow», qui sont des écoulements d'eau à travers des cylindres de sol sous un ou plusieurs paliers de pression ou du pénétromètre conique (Gribb, 1996). Des conditions de drainage (Dane et Hruska, 1983), d'évaporation (Romano et Santini, 1999; Jhorar et al., 2002), d'infiltration (Russo et al., 1991 ; Zou et al., 2001) ou d'infiltration et redistribution (Lambot et al., 2002) peuvent aussi être utilisées. Jacques et al. (2002) inversent quant à eux les paramètres hydrodynamiques sous une condition de pluie. Comparées aux méthodes du second groupe, les méthodes inverses ont aussi l'avantage d'opérer dans une seule et même expérience et d'éviter donc un échantillonnage multiple. De plus le fait d'opérer au champ permet d'éviter les mesures de laboratoire qui peuvent être non représentatives des conditions de terrain.

Il est évident que les résultats de modélisations-prédictions de transferts d'eau (et éventuellement de soluté) sont dépendants des modèles choisis (expression mathématique des fonctions $\theta(h)$ et $K(h)$), et des paramètres associés. L'estimation des paramètres est un préliminaire crucial à la modélisation et par conséquent le choix de la méthode d'estimation est capital. Des questions d'échelles sont aussi au cœur du problème de la modélisation numérique des transferts d'eau et plus particulièrement de l'estimation des paramètres. Il serait difficile de ne pas parler, ne serait-ce que brièvement, des questions de représentativité spatiale des paramètres hydrodynamiques. En effet comment utiliser une mesure ponctuelle (sur quelques cm^3 de sol par exemple) pour estimer la valeur d'un paramètre qui représentera le sol sur une parcelle (plusieurs m^2) ? Comment effectuer le transfert d'échelle ('upscaling') ? Peut-on mesurer en plusieurs endroits une variable et calculer une moyenne qui est censée représenter la variable en question à l'échelle de la parcelle (Mertens et al., 2002) ? Ces questions, bien que cruciales, ne sont pas l'objet direct de ce travail. Néanmoins le lecteur intéressé pourra se référer à l'article de synthèse de Vereecken et al. (2007) qui expose les différentes méthodes utiles au transfert des propriétés hydrodynamiques du sol mesurées localement à une échelle supérieure. Quoi qu'il en soit, on gardera à l'esprit que du choix de la méthode découle la représentativité spatiale du jeu de paramètres obtenus et ce en raison des différences de volume investigués, ou des distances entre les points d'échantillonnages ou de mesures.

1.1.6. Un exemple d'outil de mesure des propriétés hydrodynamiques du sol : l'infiltromètre à disque

Afin de donner une idée de l'intérêt de l'infiltromètre à disque et de justifier du choix de son utilisation pour la méthode que nous allons proposer, il convient maintenant de décrire l'appareil et son fonctionnement avant d'indiquer les usages qui lui sont habituellement réservés. L'infiltromètre à disque «Triple Ring Infiltrometer at Multiple Suctions» (TRIMS) permet de réaliser des essais d'infiltration sous charge négative maintenue constante (Perroux et White, 1988 ; Ankeny et al., 1991 ; Reynolds et Elrick, 1991). Cet appareil est conçu pour mesurer *in situ* le flux d'infiltration axisymétrique de l'eau dans le sol à travers un disque.

Principe

Les aspects théoriques et pratiques de son utilisation, en vue d'une caractérisation hydrodynamique des sols, ont été synthétisés par Coquet et al. (2000). Le principe repose sur la mesure du flux d'infiltration de l'eau dans des conditions de non-saturation. Les moteurs de l'infiltration sont la succion exercée sur l'eau par les capillaires du sol, et la gravité. Le potentiel de l'eau à l'interface disque/sol est déterminé par l'utilisateur. La gamme de potentiel qui peut être explorée se situe entre -25 et 0 cm de hauteur de colonne d'eau, soit entre -2,5 et 0 kPa. Il est donc possible d'établir *in situ* une relation expérimentale entre la conductivité hydraulique du sol et le potentiel de l'eau dans une gamme proche de la saturation. En faisant référence à la théorie capillaire, on peut relier, via la loi de Jurin, le potentiel de l'eau h à un diamètre maximal équivalent de pore d_{eq} [L] pouvant être mis en jeu à un potentiel de l'eau donné. On parle de diamètre équivalent car on assimile les pores à des capillaires parfaitement cylindriques. Si h et d_{eq} sont exprimés en cm, la loi de Jurin s'écrit :

$$d_{eq} = \frac{0,3}{h} \quad (13)$$

Par exemple, pour un potentiel de -1 cm de hauteur de colonne d'eau, le diamètre maximal des pores mis en jeu est de 0,3 cm. L'utilisation d'une gamme de potentiels de l'eau entre -25 et 0 cm correspond à un spectre de pores de diamètre équivalent supérieur ou égal à 0,12 mm.

Description de l'appareil

L'appareil (Figure 1) est constitué d'un disque creux (D) muni d'une membrane (M) à sa base en contact avec le sol. Le disque est alimenté en eau par un réservoir (RA) gradué, amovible et fermé à sa partie supérieure par une pince de Mohr. L'entrée de l'air dans le réservoir d'alimentation se fait par un tube (B) relié à un vase de Mariotte (VM) permettant de régler le potentiel de l'eau au niveau de la surface du sol. Pour que l'eau quitte l'infiltromètre et s'infilte dans le sol, elle doit être remplacée dans le réservoir d'alimentation par un volume identique d'air. Cet air transite à travers le vase de Mariotte par le tube A à la pression atmosphérique. Les bulles d'air ainsi formées à la base du tube A remontent dans le vase de Mariotte et rejoignent le volume d'air contenu dans celui-ci. Compte tenu de la charge

hydrostatique h_1 (en cm) existant entre la base du tube (A) et la surface de l'eau contenue dans le vase de Mariotte, le volume d'air du vase de Mariotte est à une pression p_{airVM} [$M L^{-1} T^{-2}$] inférieure à la pression atmosphérique p_{atm} [$M L^{-1} T^{-2}$] :

$$p_{airVM} = p_{atm} - \rho_w h_1 g \quad (14)$$

où ρ_w est la masse volumique de l'eau [$M L^{-3}$] et g l'accélération de la pesanteur [$L T^{-2}$].

Lors de l'infiltration de l'eau, l'air quitte le vase de Mariotte par le tube (B) à la pression p_{airVM} pour rejoindre le réservoir d'alimentation. L'eau située juste à la sortie du tube (B) a donc une pression égale à celle de l'air qui sort du tube. On en déduit la pression de l'eau p_0 à la sortie du disque de l'infiltromètre:

$$p_0 = p_{airVM} + \rho_w h_2 g = p_{atm} + \rho_w (h_2 - h_1) g \quad (15)$$

Soit, si l'on exprime les pressions en unité de hauteur de colonne d'eau, un potentiel de l'eau h_0 à la sortie de l'infiltromètre:

$$h_0 = h_2 - h_1 \quad (16)$$

La hauteur h_2 est déterminée en remontant le tube (A) jusqu'à ce que l'eau coule à travers la membrane. On a alors $h_0=0$ et $h_1=h_2$. Le tube est alors rabaissé de la distance correspondant au potentiel h_0 désiré.

La membrane du disque doit avoir un potentiel d'entrée d'air bien inférieur à -25 cm tout en ayant une résistance hydraulique négligeable devant celle du sol. Pour assurer un parfait contact entre la membrane et le sol, on dispose une mince couche de sable fin entre les deux. La taille des grains est choisie de telle sorte que la sorptivité du sable soit importante (ainsi le sable se sature rapidement), sans toutefois que les grains soient trop grossiers, auquel cas le sable ne serait pas saturé aux faibles potentiels. Le sable de Fontainebleau, dont la taille médiane des grains est 0,15 mm, est bien adapté à cet usage.

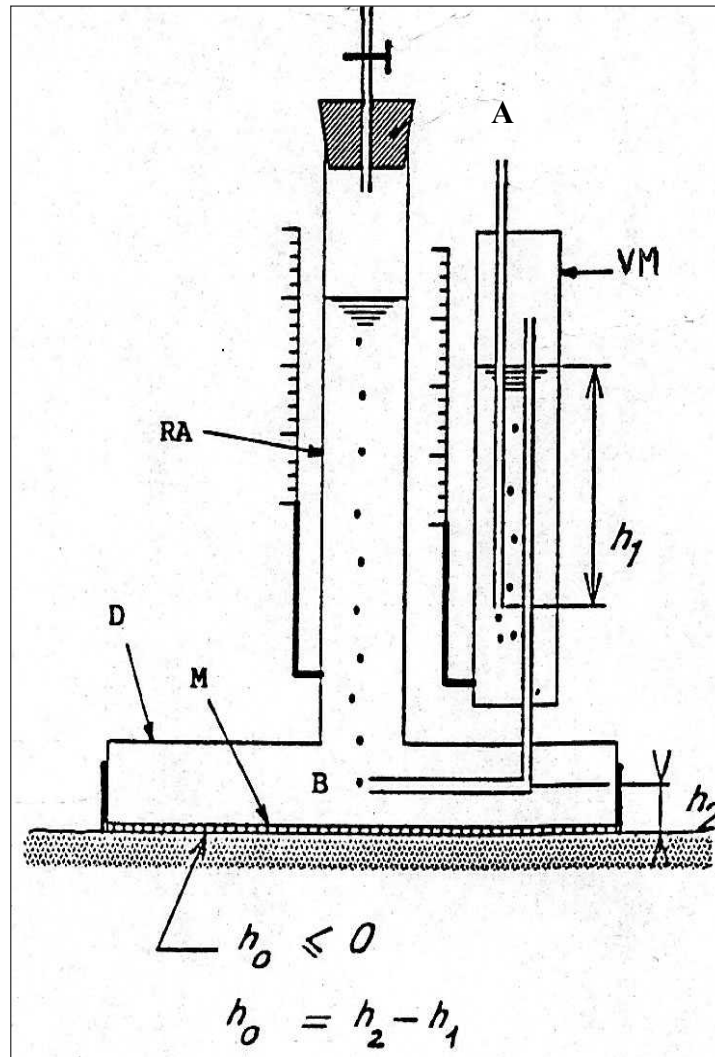


Figure 1. Schéma de l'infiltromètre à disque (RA : réservoir d'alimentation en eau ; VM : vase de Mariotte ; D : disque creux ; M : membrane de nylon ; A : tube d'aération du vase de Mariotte ; B : tube d'aération du réservoir d'alimentation)

Usages

L'infiltromètre à disque est très couramment utilisé pour quantifier les effets des macropores et les chemins d'infiltration préférentiels sur le terrain. Les données d'infiltromètre à disque sont utilisées depuis déjà deux décennies pour estimer la caractéristique de conductivité hydraulique K proche de la saturation et à saturation, l'estimation de K à partir des données d'infiltrométrie étant réalisée le plus souvent grâce à la solution analytique de Wooding

(1968). L'analyse des régimes transitoire et stationnaire de l'infiltration permet de déduire des informations sur les caractéristiques hydrodynamiques, notamment la conductivité hydraulique et la sorptivité du sol (White et Perroux, 1987 ; Warrick, 1992 ; Vandervaere, 1995 ; Vandervaere et al., 2000). Il est connu que la présence de macropores dans le sol peut contribuer à des mouvements rapides de l'eau et de solutés vers la profondeur (Watson et Luxmoore, 1986), et que, à saturation, l'essentiel des flux prend place dans les macropores (Nachabe, 1995). C'est en raison principalement de son adaptation à l'étude de la macroporosité du sol que l'infiltromètre à disque connaît une large popularité (Coquet et al., 2005a). En raison de la rapidité des mesures, l'infiltromètre à disque a aussi été utilisé pour appréhender la variabilité spatiale des propriétés hydrauliques du sol (Mohanty et al., 1994). Son usage pour une estimation inverse des paramètres hydrodynamiques du sol connaît lui aussi un intérêt important (Simunek et van Genuchten, 1996; Simunek et al., 1999 ; Simunek et al., 1998 ; Ramos et al., 2006).

1.2. La conductivité électrique du sol, mesure indirecte de la teneur en eau volumique du sol

Afin de suivre les flux d'eau et/ou de soluté dans le sous-sol, il est devenu manifeste que les méthodes géophysiques sont une aide précieuse. On peut citer en ce qui concerne la tomographie de résistivité électrique les travaux de Daily et al. (1992), Kemna et al. (2002), Vanderborght et al. (2005), Liu et Yeh. (2004) et Singha et Gorelick (2005). Les mesures radar aussi sont largement utilisées, en association avec des mesures électriques (Binley et al., 2002 ; Grote et al., 2003 ; Lunt et al., 2005) ou non (Saintenoy et al., 2008). Le principe est d'obtenir une image en 1D, 2D ou 3D de la résistivité électrique ou de la permittivité diélectrique du sous-sol. De cette information géophysique, les auteurs dérivent une information sur le contenu en eau et/ou en soluté. La relation entre variable géophysique (la résistivité électrique ou la permittivité diélectrique) et la variable hydraulique (teneur en eau volumique) revêt donc une importance particulière.

D'un point de vue historique, c'est le problème de la salinisation des sols, menant dans les cas les plus sévères à l'impossibilité pour la plante de pousser, qui a incité les chercheurs en science du sol à développer, depuis les années 1970, la mesure de la conductivité électrique apparente. A partir des années 1990, le développement d'équipements mobiles de mesure de la conductivité électrique a permis d'économiser du temps et de couvrir des surfaces bien plus

importantes. De nos jours, grâce aux systèmes de mesures géo-référencées, la méthode de mesure de la conductivité électrique permet une gestion efficace des parcelles cultivées, et est devenue un outil précieux pour l'agriculture de précision (Corwin et Lesch, 2005).

Parallèlement, d'autres applications de la mesure de conductivité électrique apparente du sol ont été développées, la mesure de la conductivité électrique apparente devenant alors une mesure indirecte de nombreux paramètres bio-physico-chimiques du sol comme la teneur en eau volumique, la texture, la masse volumique apparente, la matière organique ou la capacité d'échange cationique. En raison de la relation complexe qui existe entre la mesure de la conductivité électrique apparente et les différents paramètres du sol, de nombreux modèles empiriques et semi-empiriques ont été proposés, et dans une certaine mesure, ont été testés (Friedman, 2005).

L'objet de ce chapitre est premièrement d'exposer les paramètres qui influent sur la conductivité électrique du sol, puis dans un second temps de rappeler les différents outils géophysiques qui permettent de la mesurer, et enfin d'établir un inventaire des modèles prédictifs qui permettent de relier la teneur en eau volumique à la conductivité électrique, et de discuter de leurs possibles applications.

1.2.1. Définitions

1.2.1.1. Résistance, résistivité, conductance et conductivité

La conductance électrique est la capacité d'un matériau à laisser passer un courant électrique. On l'exprime en S (siemens). La conductivité électrique est la conductance d'une portion de matériau de 1m de long et de 1m² de section. On l'exprime en S.m⁻¹.

La résistance électrique est la capacité d'un matériau à s'opposer au passage du courant électrique. On l'exprime en Ω (ohm). La résistivité électrique est la résistance d'une portion de matériau de 1m de long et de 1m² de section. On l'exprime en Ω .m. Si l'on considère un échantillon de sol cylindrique, de longueur L (m) et de section S (m²), disposé entre deux plaques conductrices reliées à un générateur délivrant un courant électrique d'intensité I (A) et de tension U (V), alors la résistivité électrique de l'échantillon ρ vaut:

$$\rho = \frac{SU}{LI} \quad (17)$$

La résistivité électrique ρ est donc homogène à des $V A^{-1} L$, alors que la conductivité électrique σ est homogène à des $V^{-1} A L^{-1}$.

Friedman (2005) définit la conductivité électrique apparente σ_a d'un échantillon de sol, et ce pour un milieu hétérogène et multiphasique, comme la conductivité électrique d'un échantillon homogène et à une seule phase d'un matériau qui lui est équivalent.

1.2.1.2. Origine de la conductivité électrique des sols

Le sol est un milieu hétérogène triphasique. Le courant peut être, en théorie, conduit par chacune des 3 phases (gazeuse, liquide, solide). Cependant, la phase gazeuse est un très bon isolant. La conduction du courant a lieu dans les phases liquides et solides, et ce, grâce aux phénomènes suivants :

- La phase liquide conduit le courant par l'intermédiaire des ions et des complexes ioniques qui s'y trouvent. Il s'agit d'une conduction électrolytique. La valeur de la conductivité dépend de la nature des ions présents (en raison de leur différence de mobilité électrique) et de leurs concentrations.
- La phase solide, qui est l'ensemble des constituants du sol, est isolante dans le cas de matériaux électriquement neutres et isolants (cas du sable pur, composition chimique SiO_2), ou conductrice dans le cas contraire. Des déficits de charge à la surface des minéraux, et notamment des minéraux argileux, conduisent à l'adsorption d'ions sur ces surfaces qui sont à l'origine d'une conduction dite de surface. Les électrons libres, qui se trouvent en surface des constituants métalliques du sol, assurent quant à eux la propagation d'un courant électrique de nature électronique.

1.2.1.3. Paramètres influençant la conductivité électrique

Il existe de nombreux paramètres qui influencent la conductivité électrique d'un sol ou d'un échantillon de sol. Ceux-ci peuvent être regroupés en deux classes qui sont les paramètres intrinsèques du sol, relativement invariants au cours du temps, et les paramètres environnementaux, qui varient au cours du temps, en réponse aux conditions climatiques et aux pratiques humaines (agricoles notamment) :

Les paramètres intrinsèques du sol sont :

- la texture
- la forme et orientation des particules
- la porosité
- la composition minéralogique du sol
- la masse volumique apparente du sol
- la capacité d'échange cationique (CEC)
- la mouillabilité des surfaces solides
- la matière organique

Les paramètres environnementaux sont :

- la température
- la teneur en eau volumique θ
- la teneur en sels dissous dans la solution du sol. La conductivité électrique de l'eau est directement proportionnelle, à une température donnée, à la charge ionique de l'eau.
- la quantité d'ions adsorbés, et notamment le ratio d'adsorption du sodium - $SAR = [Na^+] / ([Ca^{2+}] + [Mg^{2+}]/2)^{0.5}$ (où $[Na^+]$, $[Ca^{2+}]$ et $[Mg^{2+}]$ sont des concentrations ioniques).

Il est assez clair que les paramètres intrinsèques du sol ne changent pas lors d'une expérience d'infiltration, alors que les paramètres environnementaux sont quant à eux directement susceptibles de varier lors de ce type d'expérience.

Minéralisation de l'eau et teneur en eau volumique

Parmi les paramètres dont dépend la conductivité électrique du sol, c'est en premier lieu la quantité d'eau et la conductivité électrique de l'eau σ_w qui influent sur la valeur de σ_a (conductivité électrique apparente) puisque c'est la phase aqueuse qui assure l'essentiel des transports d'électricité dans le sol. La conductivité électrique d'un échantillon de sol σ_a augmente lorsque la teneur en eau volumique ou la teneur en sels dissous croît (Shea et Luthin, 1961 ; Waxman et Smits, 1968 ; Gupta et Hanks, 1972 ; Bohn et al., 1982).

Par ailleurs, il existe une relation linéaire entre la conductivité électrique de l'eau et sa minéralisation totale. Il existe une relation approximative utile entre la concentration en soluté C (meq L⁻¹) et σ_w (dS m⁻¹), valable pour des eaux possédant une conductivité électrique comprise entre 0,1 et 10,0 dS.m⁻¹, qui s'écrit :

$$C = 10 \sigma_w \quad (18)$$

Au-delà de 10 dS m⁻¹, cette relation linéaire n'est plus valable, et la valeur de C calculée d'après la mesure de σ_w serait sous-estimée (Rhoades et al., 1989).

L'augmentation de la conductivité électrique apparente du sol, liée à une augmentation de θ , se produirait jusqu'à un certain degré de saturation à partir duquel σ_a resterait constante. La valeur de 60% serait le seuil moyen (Sreedeeep et al., 2004 ; Richard et al., 2005).

Effet de la température

La température a une influence importante sur σ_a . C'est pourquoi il est nécessaire, afin de comparer des valeurs acquises dans des conditions de température différentes, d'exprimer σ_a à une température de référence standard (25°C). La correction s'effectue selon la relation :

$$\sigma_{25^\circ C} = f_T \sigma_T \quad (19)$$

où $\sigma_{25^\circ C}$ est la conductivité électrique à la référence de 25°C, f_T le facteur de conversion de température, et σ_T la conductivité électrique mesurée à la température T (°C). Des valeurs de f_T ont été publiées par le U.S. Salinity Lab. Staff (1954), et de nombreux auteurs ont proposé des relations. Par exemple, le facteur de correction f_T de Sheets et Hendrickx (1995) s'écrit :

$$f_T = 0.447 + 1.4034 \times \exp\left[\frac{-T}{26.815}\right] \quad (20)$$

En appliquant cette relation aux températures 10°C et 20°C, il apparaît que le facteur de conversion vaut respectivement 1,4 et 1,1. Ainsi pour un écart de 10°C, correspondant par exemple à une variation saisonnière, la valeur de σ_a varie d'environ 25%. Entre 9°C et 10°C, le facteur de conversion varie entre 1,45 et 1,41, soit une variation de 2.5 % entre ces deux températures.

1.2.2. Méthodes de mesures de la conductivité électrique apparente

Il existe trois types de méthodes pour mesurer la conductivité électrique apparente d'un sol qui sont les méthodes basées sur la mesure de la résistivité électrique, de l'induction électromagnétique, et de la réflectométrie en domaine temporel ('Time Domain Reflectometry') (Corwin et Lesch, 2005).

1.2.2.1. Les méthodes basées sur la mesure de la résistivité électrique

Les méthodes de résistivité électrique consistent en l'injection d'un courant électrique entre 2 électrodes disposées à la surface du sol et à la mesure du potentiel électrique par un second jeu d'électrodes disposées au voisinage des électrodes d'injection. Ces méthodes ont été développées dans les années 1920 simultanément en France et aux Etats-Unis sous les impulsions respectives de Conrad Schlumberger et Frank Wenner (Burger, 1992). La mesure de la résistivité électrique peut s'effectuer au laboratoire sur des échantillons ou sur le terrain. Grâce à différentes combinaisons des positions des électrodes d'injection et des électrodes de mesure du potentiel électrique, il est possible de sonder la caractéristique de résistivité électrique à différentes profondeurs.

Un premier jeu d'électrodes crée un champ électrique artificiel dans le milieu. Sous l'effet de ce champ, les porteurs de charges (ions, électrons) se mettent en mouvement tentant de rétablir l'équilibre électrique du milieu. Ce déplacement de charges est une migration de charges libres qui est responsable d'un courant électrique. Une différence de potentiel dans le milieu est mesurée avec deux autres électrodes, dites passives. Par approximation au régime électrique stationnaire, la loi d'Ohm ($U=RI$) est utilisée. Elle permet de caractériser le milieu par sa résistance R (ou sa résistivité tenant compte du volume du milieu investi) à partir de la mesure de la différence de potentiel U et de l'intensité du courant I . En imagerie de résistivité électrique, la mesure de résistivité brute est appelée la résistivité électrique apparente car elle donne une valeur calculée comme si le milieu était homogène. Si le milieu est réellement homogène, alors cette valeur de résistivité électrique apparente est égale à la résistivité électrique vraie (intrinsèque), sinon on peut calculer la résistivité électrique vraie par inversion des données.

Pour les mesures sur échantillons cylindriques de sol, différentes adaptations de la méthode ont été proposées (Kirkham et Taylor, 1950 ; Shea et Luthin, 1961 ; Keller et Frischknecht, 1966 ; Gupta et Hanks, 1982).

1.2.2.2. La méthode d'induction électromagnétique EM

L'étude des anomalies du champ électromagnétique moyen peut renseigner sur la structure interne de la Terre, sur les gisements d'eau, de pétrole et de minerais, ou sur la présence d'eau dans les premiers décimètres du sol. Une bobine localisée à une extrémité de l'appareil EM crée un courant induit dans le sol, dont l'intensité est proportionnelle à la conductivité électrique du sol au voisinage de la boucle. C'est donc une mesure active de la conductivité électrique apparente du sol, dont l'avantage est d'être totalement non-invasive (aucun contact avec le sol n'est nécessaire). En revanche, le traitement mathématique est beaucoup plus complexe que celui de la mesure par résistivité électrique. L'utilisation de mesures électromagnétiques en science du sol a débuté dans les années 1970 afin de mesurer la salinité du sol via la mesure de σ_a . Actuellement les appareils utilisés le plus couramment sont les Geonics EM-31 et EM-38 (6 m et 1,5 m d'investigation respectivement), ce dernier étant particulièrement adapté aux problèmes agricoles en raison de sa profondeur d'investigation qui correspond approximativement à la zone racinaire (Corwin and Lesch, 2005).

1.2.2.3. Réflectrométrie en domaine temporel (TDR)

Le développement des sondes TDR (Time Domain Reflectometry) a apporté un moyen rapide et précis de mesurer la teneur en eau volumique du sol. Les principes théoriques et pratiques de cette mesure ont été largement étudiés et discutés par Topp et al. (1980), Dalton (1992) et Robinson et al. (2003), entre autres. Initialement utilisée pour mesurer θ , la sonde TDR permet de mesurer aussi σ_a , en se basant sur l'atténuation du signal lorsqu'il traverse le sol. Le principe de la technique repose sur l'asymétrie de charge de la molécule d'eau qui est à l'origine du phénomène de permittivité diélectrique. Sous l'effet d'un champ électrique, les molécules s'alignent avec celui-ci. La permittivité diélectrique ε d'un matériau est le rapport D/E du déplacement électrique (aussi appelé induction électrique ou excitation électrique) D (C.m^{-2}) et de l'intensité du champ électrique E (V.m^{-1}). ε s'exprime donc en $\text{C.m}^{-1}.\text{V}^{-1}$, ce qui équivaut à des F.m^{-1} .

Bien que cette méthode possède l'avantage de mesurer simultanément ε et σ_a , et ce, de façon précise et continue, elle présente le défaut par rapport à l'ER et l'EM de ne représenter que des mesures ponctuelles. Ainsi, les possibilités de spatialisation des mesures de TDR sont beaucoup plus restreintes. L'inconvénient majeur des sondes TDR, comparées aux méthodes

électrique et électromagnétique, est la nécessité d'installer l'instrument de mesure dans le sol, ce qui perturbe le milieu.

1.2.3. Modèles prédictifs de la conductivité électrique apparente

On a vu précédemment que la conductivité électrique du sol dépend de beaucoup de facteurs. Cependant, dans le cadre de notre travail, il nous est nécessaire, pour pouvoir être en mesure d'utiliser la conductivité électrique du sol comme une mesure indirecte de la teneur en eau du sol, de supposer que certains paramètres sont invariants lors de l'expérience. Il s'agit de la température et de la quantité d'ions adsorbés sur les surfaces minérales. Il existe trois principaux modèles qui établissent une correspondance entre contenu en eau et conductivité électrique : ce sont les modèles d'Archie (1942), de Rhoades et al. (1976), et de Mualem et Friedman (1991).

1.2.3.1. Loi d'Archie

La loi d'Archie (1942) est à la fois la relation la plus ancienne et l'une des plus utilisées pour relier, dans le cas d'un milieu poreux (consolidé ou non) et saturé en eau, σ_a , σ_w et la porosité ϕ :

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_w} = \frac{1}{F} = \phi^m \quad (21)$$

où F (sans dimension) est le facteur de formation, et m (sans dimension) est un paramètre empirique appelé facteur de cimentation, car il a été observé que sa valeur augmente avec le degré de cimentation du milieu. Le paramètre m correspond à la pente de la droite obtenue par régression linéaire entre le facteur de formation et la porosité. Archie (1942) a obtenu des valeurs de m proches de 1,3 pour des sables non consolidés et des valeurs comprises entre 1,8 et 2,0 pour des sables consolidés.

Cette loi empirique fait abstraction du courant qui se propage à la surface des grains σ_s , et par conséquent n'est pas utilisable dans le cas de sols contenant des particules argileuses ou

métalliques. Une généralisation de cette loi en milieu non saturé a été proposée par Keller (1994) :

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_w} = \frac{S^n}{F} = \phi^m S^n \quad (22)$$

où S (sans dimension) est l'indice de saturation tel que $S = \theta/\theta_{\text{sat}}$, et n (sans dimension) est l'exposant de saturation, égal à 2 le plus souvent. De même que précédemment cette relation n'inclut pas l'effet de conduction de courant à la surface des solides et par conséquent son utilisation dans le cas de sols ayant une capacité d'échange cationique importante (cas des sols argileux) conduit à surestimer la valeur de σ_w .

1.2.3.2. Modèles à 2 ou 3 éléments conducteurs disposés en parallèle

Waxman et Smits (1968), en assimilant la solution du sol et les surfaces des minéraux à deux conducteurs disposés en parallèle, proposent la relation suivante :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_w + \sigma_s}{F} \quad (23)$$

La relation σ_a en fonction de σ_w est linéaire, sauf pour les faibles valeurs de σ_w pour lesquelles une augmentation légère de σ_w entraîne une augmentation importante de σ_a en raison de l'accroissement de la mobilité des cations échangeables.

Expérimentalement, ils calculent la valeur de F comme l'inverse de la pente d'un graphique représentant σ_a en fonction de σ_w , et obtiennent une corrélation avec la porosité (vérification de la loi d'Archie).

Rhoades et al. (1976), en conceptualisant à leur tour un modèle défini par deux conducteurs disposés en parallèle, proposent un modèle semi-empirique qui prend en compte le degré de saturation du sol, un effet de tortuosité lié à l'arrangement complexe des particules solides dans le sol, et la conductivité de surface :

$$\sigma_a = \theta T \sigma_w + \sigma_s \quad (24)$$

où T (sans dimension) est un coefficient de transmission (≤ 1), qui corrige l'effet de tortuosité du milieu, variable en fonction du degré de saturation, et tel que :

$$T = A\theta + B \quad (25)$$

où A et B (sans dimension) sont deux constantes qui varient selon la texture des sols :

- $a = 2,1$; $b = -0,25$ pour des sols argileux,
- $1,3 < a < 1,4$; $-0,11 < b < -0,06$ pour des sols limoneux.

Le paramètre σ_s correspond à la contribution de la phase solide du sol au passage du courant électrique. C'est principalement les minéraux argileux hydratés qui l'assurent. L'équation (24) suppose donc que cette contribution est indépendante de la teneur en eau du sol, ce qui paraît raisonnable, excepté peut-être pour des conditions extrêmement sèches. L'équation (24) permet, en extrapolant les données expérimentales à $\sigma_w = 0$, de calculer σ_s . Les auteurs ont réalisé des mesures sur 4 sols, dans une gamme de θ variable selon les sols et comprise entre 0,1 et 0,5 cm³ cm⁻³, et dans une gamme de σ_w comprise entre 2,5 et 56 mS.cm⁻¹. Rhoades et al. (1976) estiment σ_s à des valeurs comprises entre 0,18 mS.cm⁻¹ et 0,45 Ms.cm⁻¹ pour les sols possédant la CEC la plus faible et la plus élevée, respectivement. Dans ce modèle, qui est un des plus utilisés, σ_s est indépendant de σ_w , ce qui restreint l'utilisation de la relation à une gamme de salinité où cette approximation est acceptable, c'est-à-dire où la relation $\sigma_a(\sigma_w)$ est quasi-linéaire (i.e. $\sigma_w > 3,5$ mS.cm⁻¹).

Bohn et al. (1982) ont vérifié par des mesures au champ et au laboratoire que la relation de Rhoades et al. (1976) est vérifiée avec des coefficients de corrélation compris entre 0,82 et 0,91 pour les mesures de laboratoire et entre 0,85 et 0,95 pour les mesures réalisées au champ. Bien que leurs sols contiennent de 3 à 36 % d'argile, leurs valeurs de σ_s obtenues en extrapolant le contenu en eau ou la salinité de l'eau à 0 sont non significatives. Ils proposent d'expliquer ce résultat par la large gamme de salinité utilisée qui a pu masquer les effets de σ_s . Sauer (1955), Shainberg et al. (1980), et Nadler et Frenkel (1980) suggèrent que la conductivité électrique d'un échantillon peut être représentée par un modèle à éléments disposés en parallèles dont les conductivités électriques équivalentes correspondent à : (i) la conductivité liée au passage du courant à travers les particules du sol qui sont jointives, (ii) la conductivité liée au passage du courant à travers la solution continue du sol, (iii) la conductivité liée au passage du courant à travers les particules solides et la solution alternativement.

Shainberg et al. (1980), en reprenant le modèle à deux conducteurs (équation 24), observent une relation linéaire entre σ_w et σ_a pour des valeurs de σ_w supérieures à 1 ou 3 mS.cm⁻¹, et une relation curviligne en deçà de 1 et 3 mS.cm⁻¹ pour leurs sols Bonsall A et Bonsall B respectivement (8 % et 35,5 % d'argiles respectivement). En estimant la valeur de σ_s par l'interception de la tangente à la courbe au point $\sigma_w = 0$, ces auteurs ont montré que la valeur de σ_s croît avec la CEC. La pente de la droite est identique pour les 2 sols (0,23), car, selon les auteurs, le fait d'avoir préparé des échantillons à la même masse volumique apparente leur a conféré la même valeur de F .

Nadler et Frenkel (1980), en utilisant au laboratoire la méthode des 4 électrodes sur 6 types de sols, montrent que la relation entre σ_a et σ_w est linéaire et positive au dessus d'une valeur de σ_w , et qu'en dessous de cette valeur, la relation $\sigma_a(\sigma_w)$ est non linéaire. Selon le type de sol utilisé, cette valeur varie dans la gamme 1-5 mS.cm⁻¹. De plus, ils remarquent que la pente de droite $\sigma_a(\sigma_w)$, dans la partie linéaire de la relation, est d'autant plus forte que le contenu en argiles du sol est élevé (pentes variant entre 0,211 et 0,328).

Pour expliquer la partie non linéaire de la relation, ils proposent ceci : en réduisant la teneur en électrolyte de la solution, il se produit une expansion de la double couche électronique, et ainsi une augmentation de la conductivité de surface.

Rhoades et al. (1989), en utilisant l'analogie avec les 3 conducteurs disposés en parallèle, proposent un nouveau modèle, qui tient compte de la proportion d'eau mobile et d'eau immobile :

$$\sigma_a = \frac{(\theta_s + \theta_{ws})^2 \sigma_{ws} \sigma_s}{\theta_s \sigma_{ws} + \theta_{ws} \sigma_s} + (\theta - \theta_{ws}) \sigma_{wc} \quad (26)$$

où θ_s et σ_s sont la fraction volumique de la phase solide et sa conductivité électrique respectivement, θ_{ws} et σ_{ws} le contenu en eau volumique des éléments solides-liquides couplés en série et leur conductivité électrique respectivement, et enfin $(\theta - \theta_{ws})$ et σ_{wc} la fraction volumique de la phase liquide continue, et sa conductivité électrique respectivement.

Ce modèle offre la possibilité d'une description plus fine de la fonction $\sigma_w(\sigma_a, \theta)$, mais nécessite une paramétrisation difficile.

1.2.3.3. Modèle de Mualem et Friedman

Mualem et Friedman (1991) ont développé un modèle semi-empirique en faisant l'hypothèse, que les lignes de flux des molécules d'eau sous un gradient de charge hydraulique et pour un sol et un potentiel hydrique donnés, sont similaires aux lignes de flux du courant électrique sous l'effet d'un gradient de potentiel électrique. De cette hypothèse découle que le même facteur géométrique de tortuosité peut être utilisé pour les 2 types de flux. Ce modèle s'appuie sur l'expression mathématique de la conductivité hydraulique définie par Mualem (1976). La relation obtenue, pour des sols où la conductivité électrique de surface peut être négligée, est la suivante :

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_w} = \frac{\theta^{n+2}}{\theta_{sat}} \quad (27)$$

où n est un paramètre d'ajustement. Si une calibration de n en laboratoire n'est pas possible, les auteurs recommandent d'utiliser la valeur $n=0,5$ et donc d'utiliser la formule suivante :

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_w} = \frac{\theta^{2.5}}{\theta_{sat}} \quad (28)$$

Il ne paraît pas correct d'utiliser cette relation pour des gammes de σ_w faibles (environ $< 6 \text{ mS cm}^{-1}$), car, dès lors, la contribution de σ_s à σ_a ne peut être négligée (Shainberg et al., 1980 ; Nadler et Frenkel, 1980). En dehors de cette restriction, cette relation peut s'utiliser de plusieurs manières, c'est-à-dire pour déterminer $\sigma_w(\sigma_a, \theta, \theta_{sat})$ ou $\theta(\sigma_w, \sigma_a, \theta_{sat})$. Liu et Yeh (2004) montrent que ce genre d'approche peut permettre d'obtenir des profils fiables de distribution de teneur en eau volumique θ à partir de mesures de conductivité électrique apparente inversées, à condition d'effectuer des mesures directes de θ en quelques points. Toutefois, le modèle de Mualem et Friedman (1991) trouve un faible écho dans la bibliographie. Weerts et al. (1999) qui le testent dans des expériences sur colonnes, trouvent des valeurs de n égales à -0,22 et 0,27 pour la couche supérieure d'un sol sablo-limoneux, et pour un sable fin d'origine éolienne, respectivement.

Dans le même ordre d'idée (relation de type exponentielle), McCutcheon et al. (2006), qui ont mesuré des valeurs de σ_a dans un champ de 110 ha présentant des bandes alternées de cultures de blé et de jachère, à 5 dates différentes et à 198 endroits différents dans les bandes et en

dehors, trouvent une relation de type exponentielle reliant σ_a à θ , avec un coefficient de détermination $r^2 = 0,71$:

$$\sigma_a = 4.504 \times \exp(8.2635 \theta) \quad (29)$$

1.2.3.4. Quel modèle choisir ?

Parmi les modèles présentés ci-dessus, il nous semble que les modèles de Rhoades et al. (1976) et Rhoades et al. (1989) sont les plus corrects, et ce pour une raison conceptuelle. En effet, ils nous semblent représenter mieux la réalité du phénomène physique de la conduction électrique dans le sol (addition de deux courants qui emploient des chemins différents). Cependant le modèle de Rhoades et al. (1989) nous apparaît comme trop compliqué à calibrer en raison du nombre de paramètres trop élevé.

Le modèle de Mualem et Friedman (1991), qui, s'il est vrai, est très séduisant, car il repose sur la même conception du sol et de la tortuosité, a l'inconvénient de ne pas avoir de base physique éprouvée. L'hypothèse de même tortuosité pour le courant hydraulique et électrique n'est aucunement démontrée.

En définitive, c'est le modèle de Rhoades et al. (1976) qui a été retenu dans le cadre de ce travail.

1.3. Problème inverse

Il nous paraît nécessaire, avant d'aller plus loin, de rappeler ce qu'on entend par problème inverse, de citer les principales méthodes d'inversion, ainsi que leurs intérêts et inconvénients. Ainsi on pourra justifier le choix de la méthode qui a été fait pour ce travail. On donnera aussi dans cette partie des détails sur le calcul de la fonction objective.

1.3.1. Définition du problème inverse

Par la suite on appellera 'système', le milieu poreux que l'on modélise et qui est le lieu des transferts d'eau. Les paramètres de ce système sont : K_s , θ_s , θ_r , α , n . (équations 6 et 7). Les variables de sortie de ce système sont : θ , h , C (équations 3 et 8)

Le problème qui consiste à identifier les paramètres du système à partir des valeurs des variables de sortie est un problème d'identification des paramètres (appelé aussi calibration). Ce problème est l'inverse de la simulation, ou problème direct, dans laquelle les paramètres du système modélisé sont connus et les valeurs des variables de sortie sont calculées.

D'une manière générale les différents types de problèmes inverses consistent à identifier les paramètres du système p , les termes sources ou puits s , et les conditions initiales ou aux limites f . L'identification simultanément de p et f est également possible. Dans notre cas, le problème inverse consiste à n'inverser que les paramètres du système, la condition initiale ainsi que les conditions aux limites étant supposées connues.

L'identification des paramètres se fait par le calcul d'une fonction écart entre la valeur des variables de sortie observées et celle des variables de sortie modélisées. Au minimum de cette fonction écart, appelée aussi 'fonction objective (FO)', correspond le jeu de paramètre optimal.

Le problème inverse est correctement posé si les trois conditions suivantes sont réunies :

- Existence : il existe une fonction qui satisfait les équations modélisant le système. En cas de surdétermination du problème, la condition d'existence n'est pas réalisée.
- Unicité : la solution est unique. En cas de sous-détermination du problème, c'est-à-dire lorsqu'il y a plus d'inconnues que d'équations, la condition d'unicité n'est pas réalisée.

- Stabilité : la solution est stable, c'est-à-dire que les variations de la solution sont aussi petites que l'on veut lorsque l'on choisit des variations des données d'entrée suffisamment faibles.

Les difficultés du problème inverse peuvent être de plusieurs ordres :

- La sous-détermination, qui entraîne une non-unicité de la solution et son instabilité par rapport aux observations.
- L'insuffisance des observations (quantité et qualité).
- Les erreurs de structure du modèle. Si l'expression mathématique du problème ne correspond pas bien à la réalité, il est possible que le modèle ne puisse pas faire de prédictions correctes. C'est une difficulté majeure pour les modèles à base empirique.

1.3.2. Méthodes d'inversion

Lorsque le problème est non-linéaire, ce qui est le cas du problème d'infiltration, traité numériquement par la résolution de l'équation de Richards, l'estimation des paramètres ne peut être obtenue par la résolution d'une équation matricielle de type :

$$\mathbf{X}\mathbf{b} = \mathbf{c} \quad (30)$$

où \mathbf{X} est une matrice à m lignes et n colonnes représentant le système étudié, \mathbf{b} , vecteur d'ordre n , représente les paramètres du modèles et \mathbf{c} , vecteur d'ordre m , représente la réponse du système.

Ainsi, pour les problèmes non-linéaires, il convient de procéder par itérations successives afin de trouver le minimum global de la fonction objective.

Les différents algorithmes utilisés en ce sens peuvent être divisés en deux parties : d'une part il existe les méthodes dites locales, où la recherche du minimum global de la fonction objective s'effectue en partant d'un point dans l'espace des paramètres et en évoluant à partir de ce point au moyen d'une seule recherche itérative ; de l'autre côté, les méthodes dites globales, qui conduisent différentes recherches du minimum à travers l'espace des paramètres. Les premières méthodes sont heuristiques. Elles ne trouvent pas systématiquement le minimum global de la fonction objective, mais sont les plus rapides. L'utilisation de ces algorithmes basés sur la méthode du gradient peut aboutir à l'obtention d'une solution fautive (le minimum global n'est pas atteint et le processus d'optimisation s'arrête dans un minimum

local), le choix du jeu des paramètres initiaux ayant une forte influence sur le résultat de l'optimisation. Un défaut majeur de cette méthode est la dépendance de la solution aux estimations de départ, et ce en raison de la typologie de la fonction qui peut contenir, dans le cas des problèmes hautement non-linéaires de nombreux minimums locaux et des zones « vallées » où la FO est minimale dans plusieurs dimensions.

Les secondes méthodes sont stochastiques et, lorsqu'elles sont correctement paramétrées, obtiennent à chaque fois le minimum global de la fonction avec la précision voulue (par exemple la méthode du recuit simulé). Mais ces méthodes ont l'inconvénient de nécessiter beaucoup plus de temps de calcul que les méthodes heuristiques. Il existe une grande variété de méthodes stochastiques et de combinaisons de ces méthodes entre elles, et leur utilisation pour des problèmes d'estimation des propriétés hydrauliques de la zone vadose ne cesse de croître (voir l'article de synthèse de Vrugt et al., 2008).

Il existe aussi des algorithmes qui sont intermédiaires entre les méthodes purement heuristiques et purement stochastiques comme la méthode «Global Multilevel Coordinate Search» (Huyer and Neumaier, 1999). Ces nouvelles méthodes conduisent au minimum global de la fonction objective avec un temps plus bref que les méthodes stochastiques, mais encore nettement plus long qu'avec les méthodes heuristiques.

1.3.3. Méthode utilisée : Algorithme de Levenberg-Marquardt

Nous avons choisi une méthode d'inversion locale (méthode heuristique), en raison du temps de calcul important du problème direct (le problème est en 3 dimensions avec un maillage fin). Il va de soi qu'une méthode stochastique aurait été préférable, mais la puissance de calcul nécessaire aurait largement dépassé nos possibilités (16 processeurs).

L'algorithme d'optimisation non-linéaire utilisé est celui de Levenberg-Marquardt (Marquardt, 1963). La méthode consiste à interpoler l'algorithme de Gauss-Newton et la méthode de descente du gradient. Cet algorithme d'optimisation non-linéaire utilise un facteur d'amortissement λ pour basculer, au fur et à mesure que la solution est approchée, de la méthode de descente du gradient à l'algorithme de Gauss-Newton. En effet, vers la fin de l'optimisation, lorsque la solution navigue dans une vallée étroite, la méthode de descente du gradient est inefficace. On a choisi d'utiliser le programme PEST (Doherty, 2003) qui implémente l'algorithme de Levenberg-Marquardt avec une certaine souplesse.

Si la topologie de la fonction objective, qui est à n dimensions, où n est le nombre de paramètres à optimiser, est complexe (présence de nombreux minimums locaux), il est utile, voire nécessaire, que l'on ait une idée a priori du domaine de la solution, afin d'éviter une convergence des calculs vers un minimum local.

Dans PEST, la fonction objective est la somme des carrés des différences pondérées entre les résultats observés et les résultats modélisés. Le poids des observations est calculé d'ordinaire comme inversement proportionnel à l'écart-type des observations.

1.3.4. Fonctionnement général de PEST

Revenons à l'équation (30) qui décrit un système linéaire, où \mathbf{b} représente le jeu de paramètre optimal. Le problème consiste à minimiser la fonction objective Φ suivante :

$$\Phi = (\mathbf{c} - X\mathbf{b})'(\mathbf{c} - X\mathbf{b}) \quad (31)$$

où \mathbf{c} représente le jeu de données observées, et l'exposant 't' indique qu'il s'agit d'une matrice transposée. Le vecteur \mathbf{b} qui minimise Φ est donné par :

$$\mathbf{b} = (X'X)^{-1} X' \mathbf{c} \quad (32)$$

Pour prendre en compte la confiance relative que l'on a en chaque observation, on peut faire intervenir un système de pondération. Si les coefficients de pondération sont rangés dans \mathbf{Q} qui est une matrice diagonale à m dimensions dont le $i^{\text{ème}}$ élément diagonal q_{ii} est le carré du poids w_i affecté à la observation, l'équation (31) peut alors s'écrire :

$$\Phi = (\mathbf{c} - X\mathbf{b})' \mathbf{Q} (\mathbf{c} - X\mathbf{b}) \quad (33)$$

ou bien :

$$\Phi = \sum_{i=1}^m (w_i r_i)^2 \quad (34)$$

où r_i représente la différence entre la $i^{\text{ème}}$ observation mesurée et la $i^{\text{ème}}$ observation modélisée.

Ainsi l'équation (32) devient :

$$\mathbf{b} = (X'QX)^{-1} X'Q\mathbf{c} \quad (35)$$

1.3.5. Linéarisation du problème

Si le modèle n'est pas linéaire, il faut procéder à une linéarisation. Soit la fonction M qui fait correspondre à un espace des paramètres à n dimensions un domaine d'observation à m dimensions. Pour des raisons qui seront bientôt évidentes, il est nécessaire que cette fonction soit continûment différentiable par rapport à tous les paramètres du modèle pour lesquels une estimation est désirée. Supposons que, pour le jeu de paramètres \mathbf{b}_0 , le jeu d'observations calculées par le modèle s'écrive :

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}_0 + M(\mathbf{b}_0) \quad (36)$$

Maintenant, pour générer un jeu d'observations \mathbf{c} correspondant à un jeu de paramètre \mathbf{b} qui diffère légèrement de \mathbf{b}_0 , le théorème de Taylor indique que la linéarisation suivante est approximativement correcte si \mathbf{b} et \mathbf{b}_0 sont proches :

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}_0 + J(\mathbf{b} - \mathbf{b}_0) \quad (37)$$

où \mathbf{J} est la matrice jacobienne de M , c'est-à-dire la matrice qui comprend m lignes (une ligne par observation) et n colonnes, les n éléments de chaque ligne étant les dérivées de chaque observation par rapport à chacun des n paramètres.

Ainsi la fonction que l'on veut minimiser peut être écrite par :

$$\Phi = (\mathbf{c} - \mathbf{c}_0 - J(\mathbf{b} - \mathbf{b}_0))' Q(\mathbf{c} - \mathbf{c}_0 - J(\mathbf{b} - \mathbf{b}_0)) \quad (38)$$

où \mathbf{c} représente maintenant le jeu expérimental d'observations. Si l'on compare les équations (33) et (38), il devient apparent que les 2 équations sont équivalentes si \mathbf{c} est remplacé par

$(\mathbf{c}-\mathbf{c}_0)$ et si \mathbf{b} est remplacé par $(\mathbf{b}-\mathbf{b}_0)$. Ainsi on peut calculer $(\mathbf{b}-\mathbf{b}_0)$ sur la base du vecteur $\mathbf{c}-\mathbf{c}_0$ qui représente la différence entre les valeurs générées par le modèle et \mathbf{c}_0 et les observations \mathbf{c} . Soit \mathbf{u} le nouveau vecteur des paramètres, alors l'équation (35) devient :

$$\mathbf{u} = (J'QJ)^{-1} J'Q(\mathbf{c}-\mathbf{c}_0) \quad (39)$$

Parce que l'équation (37) est approximative, le vecteur \mathbf{u} est aussi approximatif, et le minimum global ne sera pas atteint directement en ajoutant \mathbf{u} au vecteur des paramètres \mathbf{b}_0 . Il faudra procéder par itérations successives, en ajoutant un nouveau vecteur \mathbf{u} au vecteur des paramètres \mathbf{b}_0 à chaque itération jusqu'à l'obtention du minimum global (si elle a lieu !).

1.3.6. Le paramètre de Marquardt

On peut réécrire l'équation (39) sous une forme qui laisse apparaître le vecteur des résidus \mathbf{r} correspondant au jeu actuel des paramètres :

$$\mathbf{u} = (J'QJ)^{-1} J'Q\mathbf{r} \quad (40)$$

Si maintenant on appelle \mathbf{g} le vecteur qui représente le gradient de la fonction Φ , le $i^{\text{ème}}$ élément de \mathbf{g} peut s'écrire comme suit :

$$g_i = \frac{\partial \Phi}{\partial b_i} \quad (41)$$

Il apparaît ainsi que l'angle formé entre \mathbf{u} et $-\mathbf{g}$ ne doit pas excéder 90° , sinon l'ajout de \mathbf{u} provoquerait une augmentation de Φ . Il peut être montré qu'en dépit du fait que $-\mathbf{g}$ représente la plus grande pente de Φ , \mathbf{u} est largement un meilleur estimateur du nouveau vecteur que $-\mathbf{g}$ et ce spécialement dans les cas où les paramètres sont hautement corrélés. Dans de telles situations, suivre la direction de \mathbf{u} provoque de multiples sauts de part et d'autre de la vallée, ce qui conduit à évoluer le long de la vallée sans jamais descendre en son point le plus bas. Ainsi il a été remarqué qu'il est utile d'ajuster \mathbf{u} de telle sorte qu'il soit proche de \mathbf{g} en début d'optimisation et de s'en écarter par la suite à l'approche du minimum global. Ceci est réalisé par l'ajout du paramètre de Marquardt (1963) dans l'équation 40 :

$$\mathbf{u} = (J'QJ + \alpha I)^{-1} J'Q\mathbf{r} \quad (42)$$

Il peut être montré que le gradient \mathbf{g} peut se calculer par :

$$\mathbf{g} = -2J'Q\mathbf{r} \quad (43)$$

où α est le paramètre de Marquardt et I est la matrice identité à $n \times n$ dimensions.

D'après les équations (42) et (43), il apparaît que lorsque α est élevé la direction de \mathbf{u} est proche $-\mathbf{g}$ et que lorsque α est égal à 0, l'équation (42) est équivalente à l'équation (40). PEST dispose de plusieurs paramètres qui permettent à l'utilisateur de choisir la manière dont α décroît au cours du processus d'inversion. Ces paramètres sont notamment :

- la valeur du changement relatif que subit α entre deux calculs de dérivées, sa valeur de départ.
- la valeur de la réduction relative de ϕ à partir de laquelle aucun nouveau facteur α n'est plus testé pour l'itération en cours.

1.3.7. Calcul des dérivées

A moins que le modèle puisse les calculer directement, les dérivées des observations par rapport aux paramètres sont calculées par PEST grâce à la méthode des différences finies. Durant chaque itération, le modèle est exécuté une fois pour chaque paramètre ajustable, un incrément défini par l'utilisateur ayant été ajouté à la valeur du paramètre étudié avant l'exécution. Le changement dans les résultats qui en découle est divisé par l'incrément dans le but de calculer leur dérivée par rapport au paramètre ajusté. Ceci est répété pour chaque paramètre. Cette technique de calcul des dérivées est appelée « méthode des différences directes ».

Les dérivées calculées de cette manière sont approximatives. Si l'incrément est trop grand, l'approximation est imprécise. Si l'incrément est trop petit, des erreurs d'arrondi surviennent et nuisent à la précision de la dérivée. Pour combattre ces inconvénients, PEST autorise une méthode de calcul des dérivées appelée « méthode des différences centrales ». Dans cette méthode, deux exécutions du modèle sont réalisées, pour la première, l'incrément est ajouté,

et, dans la seconde, il est retranché ; ainsi 3 paires observations-jeu de paramètres sont nécessaires pour cette méthode de calcul de la dérivée (la 3^{ème} étant le jeu de paramètres courant et les observations associées). La dérivée est calculée de trois manières possibles (le choix est laissé à l'utilisateur) : par ajustement d'une parabole qui comprend les 3 points, par construction d'une droite qui ajuste le mieux possible les 3 points, ou par différence finie entre les 2 points extérieurs.

1.3.8. Fin de l'optimisation

Différents paramètres permettent de stopper l'optimisation. Ces paramètres sont notamment :

- la valeur minimum de la variation (changement relatif ou absolu) que doit subir un paramètre. Si cette valeur seuil n'est pas atteinte, le processus s'arrête.
- le nombre consécutif d'itérations pendant lesquelles il n'y a pas eu de baisse de Φ .

1.3.9. Calcul de la sensibilité des observations

La sensibilité d'une observation o_j est calculée par :

$$s_j = \frac{\{Q(JJ^t)\}_{j,j}^{1/2}}{n} \quad (44)$$

La sensibilité de chaque observation est ainsi calculée par rapport à tous les paramètres optimisés lors du processus d'inversion. Cette sensibilité tient compte du coefficient de pondération (introduit par Q).

CHAPITRE 2. Expérimentation numérique

Dans cette partie, nous allons étudier la faisabilité de la méthode, c'est à dire tester sa capacité à optimiser correctement les paramètres. Le principe est d'obtenir par une simulation directe un jeu de données qui correspond au jeu de paramètres à tester, et ensuite, par inversion de tenter de les retrouver. Pour cela, naturellement, on devra proposer des paramètres initiaux différents, et suffisamment éloignés de la solution. Cette partie ne comportera donc que des résultats d'optimisations réalisées sur des données synthétiques.

2.1. Matériels et méthodes

2.1.1. Description de l'expérience

L'expérience consiste en une infiltration depuis la surface plane du sol, sur une aire circulaire (8 cm de diamètre) avec une pression d'eau négative (Figure 2). Les points d'injection (électrodes) sont disposés tous les 5 centimètres. Les mesures électriques sont obtenues en injectant un courant électrique via 2 électrodes et en mesurant le champ électrique induit via 2 autres électrodes. Les lieux d'injection et de mesure du potentiel (électrodes) sont, dans notre modèle, positionnés sur des nœuds du maillage. Le protocole d'acquisition comprend un mélange de mesures gradient et dipôle-dipôle, incluant des mesures directes et des mesures réciproques (Tableau 1). Les mesures dipôle-dipôle permettent d'obtenir une profondeur d'investigation verticale importante et une bonne sensibilité sous les électrodes, alors que dispositif gradient possède une très bonne sensibilité sous les électrodes de mesure.

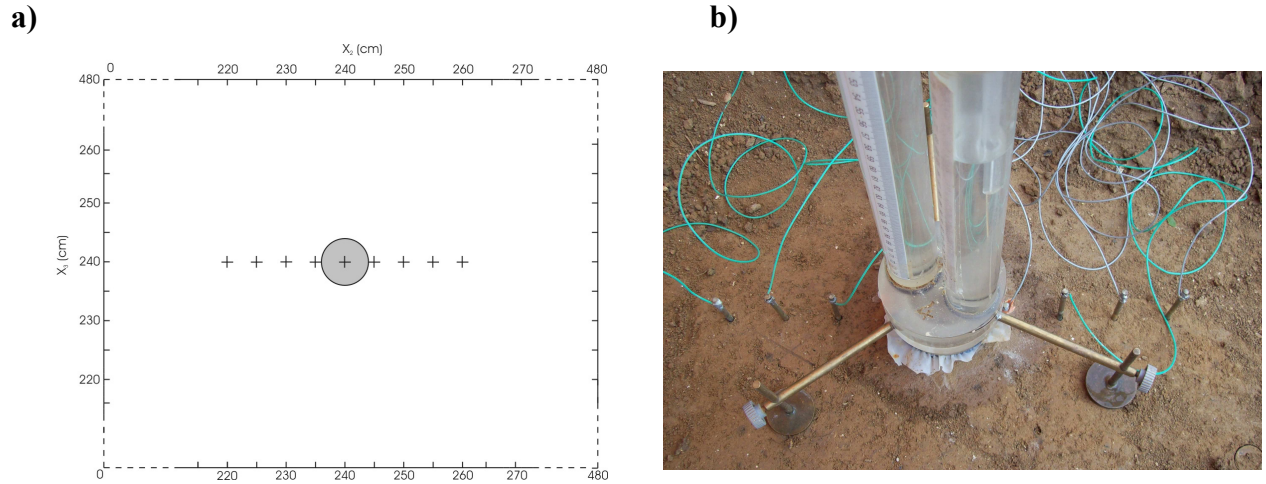


Figure 2. a) Vue apicale du domaine de simulation, avec les coordonnées du système et la position de l'infiltrmètre (cercle) et des 9 électrodes (croix). b) Photo de l'infiltrmètre et des électrodes disposées en ligne. L'électrode centrale se trouve sous le centre de l'infiltrmètre. La simulation numérique imite en tous points une expérience réelle d'infiltration couplée avec des mesures électriques.

Tableau 1. Disposition des 54 quadripôles (9 électrodes espacées de 5cm)

Electrodes d'injection (numérotation de gauche à droite)		Electrodes de mesure	
1-2		3-4	
2-3		4-5 ; 5-6 ; 6-7	
3-4		1-2 ; 5-6 ; 6-7 ; 7-8 ; 1-9 ; 2-8	
4-5		6-7 ; 7-8 ; 1-9 ; 2-8 ; 3-7 ; 2-3	
5-6		2-3 ; 3-4 ; 7-8 ; 1-9 ; 2-8 ; 3-7	
6-7		8-9 ; 1-2 ; 2-3 ; 3-4 ; 4-5	
7-8		1-2 ; 2-3 ; 3-4 ; 4-5 ; 5-6	
8-9		1-2 ; 2-3 ; 3-4 ; 4-5 ; 5-6 ; 6-7	
1-9		3-4 ; 4-5 ; 5-6 ; 6-7 ; 2-8 ; 3-7 ; 4-6	
2-8		3-4 ; 4-5 ; 5-6 ; 6-7 ; 1-9 ; 3-7 ; 4-6	
3-7		4-5 ; 5-6 ; 4-6 ; 2-8 ; 1-9	

2.1.2. Modélisation hydraulique

Les flux d'eau dans un milieu poreux variablement saturé sont décrits par l'équation de Richards (1931) (équation 3). L'équation est résolue numériquement par le code SWMS_3D (Simunek et al., 1995) pour les conditions initiales et aux limites suivantes :

$$\theta(x_1, x_2, x_3, t) = \theta_i(x_1, x_2, x_3, 0) \quad (45)$$

$$h(x_1, x_2, x_3, t) = h_0(0, x_2, x_3, t) \quad x_2^2 + x_3^2 \leq r^2 \quad (46)$$

$$\frac{\partial h(x_1, x_2, x_3, t)}{\partial x_1} = -1 \quad x_1 = 0 \quad x_2^2 + x_3^2 \geq r^2 \quad (47)$$

où θ_i [$L^3 L^{-3}$] est la teneur en eau volumique initiale, h_0 [L] est le potentiel auquel l'infiltration est réalisée, et r [L] est le rayon du disque d'infiltration. Les équations (46) et (47) spécifient respectivement une condition de potentiel imposé pour les nœuds placés en surface du sol sous l'infiltromètre, et une condition de flux nul pour les nœuds de surface qui ne sont pas sous l'infiltromètre (pas d'évaporation envisagée). Des conditions de flux nul, similaires à l'équation (47), ont été appliquées aux faces latérales et dans le fond du domaine de simulation, en faisant l'hypothèse que l'évaporation, le drainage ou les transports latéraux hors du domaine sont négligeables pendant l'infiltration. Des dimensions du domaine de simulation très larges ont été choisies afin de s'affranchir d'effets de bords, et une discrétisation spatiale très fine (85731 nœuds) a été choisie pour obtenir une bonne précision sur les calculs (Tableau 2).

Tableau 2. Discrétisation spatiale et dimensions des domaines de simulation

	Discrétisation (cm)			Dimension du domaine (cm)		
	Δx_1	Δx_2	Δx_3	L_1	L_2	L_3
Flux d'eau 3-D	1	1	1	50	40	40
Flux électriques 3-D	1-2	1-10	1-10	200	480	480

* L'incrément est constant dans la zone centrale (égal à 1 cm) et augmente en s'éloignant de la zone centrale

Le modèle unimodal de Mualem-van Genuchten (Mualem, 1976 ; van Genuchten, 1980) a été choisi pour décrire les propriétés hydrauliques du sol (équations 6 et 7).

2.1.3. Modélisation électrique

Le champ de potentiel électrique dans le profil de sol résultant de l'injection du courant électrique par un dipôle d'électrodes a été calculé en résolvant l'équation de Poisson suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\sigma_b(x_i, t_j) \frac{\partial \varphi_n(x_i, t_j)}{\partial x_i} \right) = I \delta(x - x_n) - I \delta(x - x_c) \quad (48)$$

où φ_n est le champ de potentiel électrique [V] du à l'injection du courant à l'électrode n au temps t_j [T], δ est la fonction Dirac, x_n et x_c [L] sont respectivement les positions de l'électrode n et de l'électrode puits virtuelle (placée au centre du domaine), I [A] est l'intensité du courant, et σ_b [A V⁻¹ L⁻¹] est la conductivité électrique volumique du sol. L'équation (48) a été résolue en utilisant des conditions aux limites de flux nuls. Afin d'éviter des effets de bords, les limites du domaine de simulation électrique ont été placées à une distance largement supérieure à celle du domaine utilisé pour l'hydraulique (Tableau 2). Le domaine électrique comprend ainsi $8,5 \times 10^5$ nœuds arrangés dans un maillage écossais (accroissement des distances entre les nœuds au fur et à mesure de l'éloignement du centre). En raison de l'analogie qui existe entre le potentiel hydraulique et le potentiel électrique, l'équation (48) a été résolue, elle aussi, avec le code SWMS_3D (Annexe).

Pour évaluer la précision de la solution numérique, une solution analytique a été calculée pour un champ uniforme de σ_b grâce à l'équation suivante qui donne la différence de potentiel électrique ΔV entre deux électrodes de potentiel P_1 et P_2 pour une injection réalisée entre les électrodes C_1 et C_2 , (respectivement l'électrode source et l'électrode puits) :

$$\Delta V = \frac{I}{2\pi\sigma_b} \left[\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) - \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4} \right) \right] \quad (49)$$

où r_1 [L] est la distance entre C_1 et P_1 , r_2 [L] est la distance entre C_2 et P_1 , r_3 [L] est la distance entre C_1 et P_2 , et r_4 [L] est la distance entre C_2 et P_2 . La différence entre les solutions numériques et analytiques a été trouvée toujours inférieure à 2 %.

Selon le modèle de Rhoades et al. (1976), la conductivité électrique du sol peut être prédite par :

$$\sigma_b = (A\theta^2 + B\theta) \times \sigma_w + \sigma_s \quad (50)$$

où σ_b [$A \ V^{-1} \ L^{-1}$] est la conductivité électrique du sol, σ_w [$A \ V^{-1} \ L^{-1}$] est la conductivité électrique de l'eau, σ_s [$A \ V^{-1} \ L^{-1}$] est la conductivité électrique de surface des minéraux, et A et B (sans dimension) sont des paramètres qui dépendent principalement de la texture du sol. En faisant l'hypothèse que σ_s est négligeable devant σ_w , le modèle de Rhoades et al. (1976) s'écrit :

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_w} = A\theta^2 + B\theta \quad (51)$$

Il est connu que la validité de cette hypothèse est d'autant plus assurée que la quantité d'argile est faible.

2.1.4. Unicité et stabilité de la solution

Comme l'a observé Russo et al. (1991), l'optimisation d'un nombre important de paramètres de Mualem-van Genuchten peut mener vers une non-unicité de la solution et vers une instabilité de la solution inverse. Ces auteurs reportent que, lors d'une infiltration 1D d'eau à saturation, la courbe d'infiltration cumulée au cours du temps n'apporte pas assez d'information pour obtenir un jeu unique de paramètres. Des résultats similaires ont été obtenus pour des expériences d'infiltration à une dimension lorsque les données d'infiltration étaient utilisées seules pour l'inversion des paramètres (van Dam et al., 1992, 1994 ; Eching et Hopmans 1993 ; Toorman et al., 1992). Dans le cas d'une infiltration à disque, Simunek et van Genuchten (1996) ont montré que la courbe de volume d'eau infiltré en fonction du temps ne contient pas assez d'information pour déduire une solution unique dans l'espace à 3 dimensions (α , n , K_s).

Il est généralement recommandé, pour tester l'unicité de la solution, de résoudre le problème direct en partant de différentes estimations des paramètres initiaux. Pour vraiment s'assurer

de l'unicité de la solution, il est fort utile de calculer la topographie de la fonction objective. Cependant, pour notre problème, la fonction objective est à 5 dimensions (autant que de paramètres) et, pour une raison de temps de calcul, il est impossible de calculer la valeur de la fonction objective sur l'ensemble du domaine des paramètres. On peut opter dans ce cas pour une solution intermédiaire, qui est de calculer les valeurs de la fonction objective dans des plans du domaine des paramètres, c'est-à-dire en ne faisant varier que 2 paramètres, les autres étant fixés à la valeur exacte (les plans contiennent la solution). De telles analyses de surface de la fonction objective donnent des indications sur l'unicité de la solution, mais ne peuvent permettre de s'en assurer complètement.

Pour tester la stabilité de la solution, il est courant de réaliser des scénarios avec une contamination des données par un bruit aléatoire, en faisant l'hypothèse que l'erreur peut être représentée par une loi normale de type $N(\mu, \sigma)$.

2.1.5. Paramétrisation

Pour des raisons de non-unicité, il est préférable de ne pas optimiser des paramètres de Mualem-van Genuchten qui ne jouent pas un rôle majeur dans la description des courbes de teneur en eau et de conductivité hydraulique en fonction du potentiel matriciel de l'eau, ou qui peuvent être mesurés facilement avec une bonne précision.

De même que Simunek et van Genuchten (1996) ou Lambot et al. (2004), nous avons décidé de ne pas optimiser θ_s , lors des expérimentations numériques, pour les raisons suivantes :

- On peut mesurer ce paramètre directement.
- La saturation du milieu n'est pas atteinte par définition lors de l'infiltration avec le tensiomètre à disque (le paramètre correspond à un état physique non atteint lors de l'infiltration).

Le paramètre θ_r peut être décrit comme le contenu en eau du sol pour une succion infinie. Mais, comme il n'y a pas de raison qu'une eau adsorbée soit présente dans le sol pour une succion infinie, ce paramètre n'a probablement aucun sens physique. C'est un paramètre d'ajustement, et son existence semble plutôt relever d'une fonctionnalité pratique qui permet pour certaines expériences de décrire avec une meilleure précision les mesures. De plus ce paramètre est très sensible au type d'expérience utilisé pour son estimation. Par exemple, certains auteurs ont montré que l'estimation de θ_r à partir de courbe de rétention en eau et de

fonction de pédo-transfert pouvaient mener vers des valeurs négatives, qui n'ont pas de sens physique (Haverkamp et al., 2005), ou vers des valeurs très élevées (autour de 0,2) pour lesquelles, comme le souligne Nimmo (1991), aucune preuve de la prétendue immobilité de l'eau n'a été apportée. Cependant il apparaît très probable que l'eau fortement liée aux constituants soit immobile à l'échelle de temps considérée lors de l'infiltration contrôlée. Ce paramètre ne sera donc pas ajusté lors de la procédure inverse, du moins dans le cadre des expérimentations numériques. Dans le cas des expérimentations réelles, on pourra l'estimer par inversion ou le laisser fixé à 0. En ce qui concerne l , il a été choisi, afin de simplifier le processus d'inversion et d'éviter la non-unicité de la solution, de ne pas l'optimiser. Sa valeur a été fixée à 0,5. Finalement, notre procédure d'estimation concerne les 3 paramètres K_s , α et n .

Des valeurs typiques pour différents types de sols ont été choisies (Tableau 3) en se référant à la base de données de Carsel et Parrish (1988). Des valeurs des paramètres pétrophysiques de la relation de Rhoades issus de la littérature (Rhoades et al., 1976 ; Amente et al., 2000) ont été rapportées également (Tableau 4) et ont permis d'envisager l'ensemble du domaine possible pour les valeurs de ces paramètres. Les paramètres initiaux ont été choisis au milieu de l'espace des paramètres (Tableau 5). On a choisi de travailler sur 2 types de sol : un sol sablo-limoneux et un sol limoneux. Les paramètres hydrauliques retenus pour nos 2 sols sont ceux de Carsel et Parrish (1988).

Tableau 3. Valeurs typiques des paramètres hydrodynamiques selon Carsel et Parrish (1988)

Texture du sol (USDA)	θ_r (cm ³ cm ⁻³)	θ_s (cm ³ cm ⁻³)	K_s (cm min ⁻¹)	α (cm ⁻¹)	n
sableux	0,045	0,43	0,4950	0,1450	2,68
sablo-limoneux	0,065	0,41	0,0750	0,0750	1,89
limoneux	0,078	0,43	0,0173	0,0360	1,56
argilo-limoneux	0,10	0,41	0,0043	0,0190	1,31
argileux	0,068	0,38	0,0033	0,0173	1,09

La condition initiale a été choisie en terme de contenu en eau pour des raisons de facilité de mesure. En effet, il est beaucoup plus aisé de mesurer la teneur en eau volumique (par exemple par prélèvement d'un cylindre de sol ou par mesure TDR) que de mesurer le potentiel hydrique (pour cela un tensiomètre est nécessaire). Une faible valeur de teneur en eau initiale ($\theta_i=0,07$ cm³ cm⁻³) a été choisie pour ces expériences numériques afin de couvrir

la plus large gamme possible de contenu en eau durant l'infiltration. Cette valeur, bien que basse, semble réaliste pour une expérimentation réelle.

Pour les expériences numériques, on peut considérer que le fluide d'infiltration a la même conductivité électrique que le fluide présent initialement dans le sol, ou bien que ces conductivités électriques sont différentes. Si l'on désire s'affranchir de cette hypothèse, et donc, dans le second cas, il convient de prendre en compte le phénomène de dispersivité. En effet la différence de conductivité électrique de l'eau, provient d'une différence de force ionique.

Tableau 4. Granulométrie et valeurs des paramètres de Rhoades pour 5 sols

Sol	Type	Sable %	Limon %	Argile%	Total %	A	B
Pachappa fsl *	sablo-limoneux	49,0	37,8	11,2	98,0	1,382	-0,093
Indio vfsl *	sablo-limoneux	42,2	51,6	6,2	100,0	1,287	-0,116
Waukena l *	limoneux	41,3	39,0	19,7	100,0	1,403	-0,064
Domino cl *	argilo-limoneux	29,3	41,4	29,3	100,0	2,134	-0,245
Verndale **	sableux	96,5	2,5	1,0	100,0	1,21	0,132

* extrait de Rhoades et al. (1976)

** extrait de Amente et al. (2000)

Tableau 5. Paramètres initiaux et paramètres réels

Expérience	K_s (cm min ⁻¹)	α (cm ⁻¹)	n	A	B
Cas du sol sablo-limoneux					
initial	0,0173	0,0360	1,560	1,672	-0,1130
réel	0,0750	0,0750	1,890	1,000	-0,0500
Cas du sol limoneux					
initial	0,0920	0,0812	1,885	1,672	-0,1130
réel	0,0173	0,0360	1,560	1,403	-0,0640

2.1.6. Fonction objective

Le problème d'identification des paramètres consiste à trouver le vecteur des paramètres $\mathbf{b}=(\alpha, n, K_s)^T$ ou $\mathbf{b}=(\alpha, n, K_s, A, B)^T$ qui minimise les différences entre observations et prédictions. Ces différences sont calculées au sein d'une fonction objective (FO) qui somme pour chaque jeu de données le carré de l'écart normalisé entre les valeurs observées et prédites. La question de la pondération des jeux de données est assez délicate, car peu d'information est disponible à ce sujet. Il semble qu'il est d'usage de donner le même poids aux différents jeux de données. C'est ce que font par exemple Kool et al. (1985) et Gribb (1996) qui utilisent deux jeux de données de natures différentes à savoir des données de potentiel et des données de flux d'infiltration avec le système «one-step outflow» et le pénétromètre respectivement. En suivant leur exemple, et donc en donnant le même poids aux deux jeux de données, on peut écrire la fonction objective ainsi :

$$O(b) = N \sum_{i=1}^M \left[\frac{1}{ert_{i^*}} (ert_{i^*} - ert_i(b)) \right]^2 + M \sum_{j=1}^N \left[\frac{N}{\sum_{j=1}^N q_{j^*}} (q_{j^*} - q_j(b)) \right]^2 \quad (52)$$

où N et M représentent le nombre de données d'infiltration cumulée et de données électriques respectivement, ert_{i^*} et ert_i sont respectivement les valeurs mesurées et calculées de la $i^{\text{ème}}$ donnée électrique (c'est-à-dire la différence de potentiel électrique entre les deux électrodes de mesure divisée par l'intensité du courant $R = \Delta V/I$), et q_{j^*} et q_j sont respectivement les valeurs mesurées et calculées de la $j^{\text{ème}}$ donnée d'infiltration cumulée.

Il a été choisi de pondérer différemment les valeurs des 2 jeux de données. Les valeurs du jeu de données électriques sont pondérées par une valeur relative, de telle sorte que des valeurs ayant des ordres de grandeur différents (ce qui est le cas lorsqu'on utilise différents types d'arrangements d'électrodes, comme gradient et dipôle-dipôle par exemple) ont un poids similaire dans le jeu de données.

Le facteur de pondération utilisé est inversement proportionnel à la valeur de la mesure, ce qui revient à faire l'hypothèse d'une erreur proportionnelle à la mesure. Ceci est équivalent à l'usage d'une transformation logarithmique des valeurs. Comme les résistances mesurées dans les études de tomographie de résistivité électrique (ERT) varient souvent de plusieurs ordres de grandeur, et comme les erreurs de mesures ou incertitudes sont proportionnelles à la valeur

de la résistance, on utilise classiquement des valeurs log-transformées pour l'inversion des données ERT. Ce choix de pondération est ainsi en accord avec l'usage classique des données électriques inversées.

Les valeurs du jeu de données d'infiltration cumulée au cours du temps sont quant à elles pondérées par l'inverse de la moyenne des mesures. C'est un facteur de pondération absolu. On attend en effet une erreur systématique de lecture sur l'infiltromètre.

On a choisi de calculer les valeurs de la FO pour deux cas différents. Dans un cas, la courbe d'infiltration ne comporte que 3 données qui correspondent aux 3 instants où les mesures électriques sont réalisées. Dans le second cas, une courbe d'infiltration complète est utilisée (20 données réparties de façon plus importante au début de l'infiltration qu'à la fin), afin d'utiliser pleinement l'information relative à la sorptivité du sol. En effet, c'est au début de l'infiltration que la décroissance du taux d'infiltration en fonction du temps est la plus importante (Figure 3).

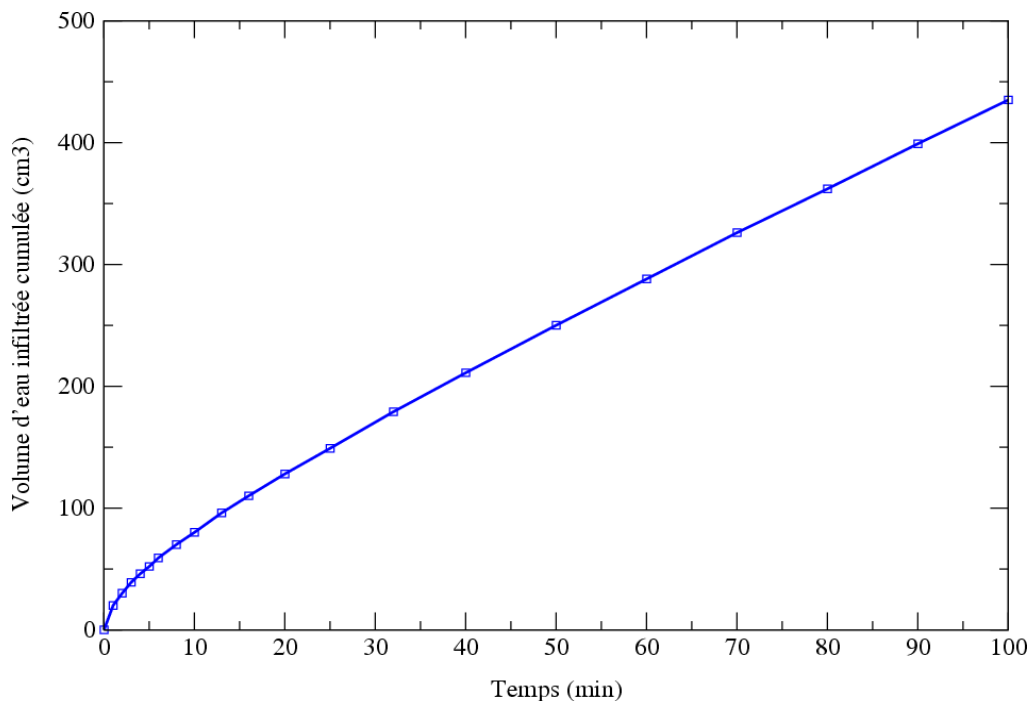


Figure 3. Courbe théorique d'infiltration cumulée en fonction du temps, simulée par SWMS_3D (Simunek et al., 1995). Les carrés représentent les données utilisées dans le calcul de la fonction objective.

Cette courbe d'infiltration théorique (calculée avec SWMS-3D) de 100 minutes montre que le taux d'infiltration décroît progressivement au cours du temps. Le régime permanent n'est pas atteint au bout de 100 minutes. En 1000 minutes, il ne l'est pas non plus. Par comparaison entre les cas 1 et 2, on aura une idée de l'apport que procure un nombre plus important de mesures dans la partie précoce de l'infiltration.

En terme de données électriques, 54 données sont simulées (Tableau 1) et pondérées selon l'équation (52).

2.1.7. Ajout de bruit sur les données

Les données sont bruitées de la façon suivante:

- Les données électriques sont multipliées par un facteur bruit calculé par le biais d'une fonction de loi normale inverse, qui renvoie, pour un nombre tiré aléatoirement dans l'intervalle (0-1), la valeur d'une variable aléatoire suivant une loi normale (moyenne de 1, écart type de 0,05).
- On additionne un facteur bruit aux données de volume cumulé qui est tirée aléatoirement selon une loi normale $\mathcal{N}(0,1)$. En effet, à une imprécision de 0,1 cm sur la lecture de la hauteur d'eau correspond une imprécision sur le volume de ~ 1 mL (le diamètre du tube d'alimentation de l'infiltromètre vaut 32 mm).

2.1.8. Scénarios

On a testé la méthode d'inversion avec 4 scénarios différents sur les 2 types de sols retenus.

Les scénarios sont les suivants :

- Scénario 1. On tente d'inverser les paramètres α , n et K_s , les paramètres pétrophysiques A et B étant parfaitement connus. Les données sont idéales.
- Scénario 2. Même inversion de paramètres que pour le scénario 1. Les données sont bruitées.
- Scénario 3. On tente d'inverser les paramètres hydrodynamiques α , n et K_s , ainsi que les paramètres pétrophysiques A et B . Les données sont idéales.
- Scénario 4. Même inversion de paramètres que pour le scénario 3. Les données sont bruitées.

2.2. Résultats – Discussion

2.2.1. Représentations de la fonction objective

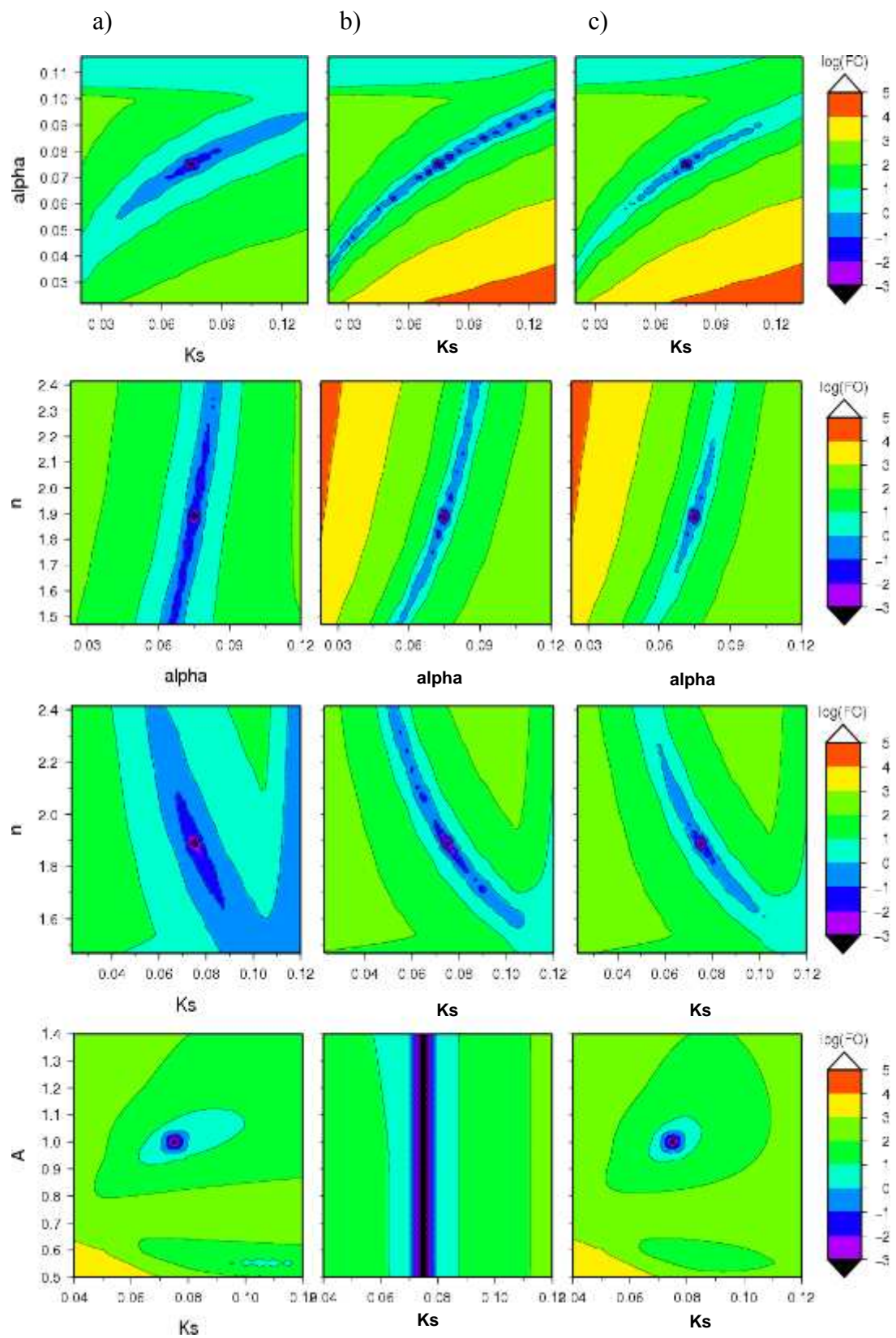
Les représentations de la FO dans le cas n°1 sont présentées sur la Figure 4. Il s'agit des 10 combinaisons de 2 paramètres. Pour chaque combinaison de paramètres, sont représentées la contribution à la FO des données électriques (a), la contribution des données d'infiltrométrie (b), et la somme des deux (c).

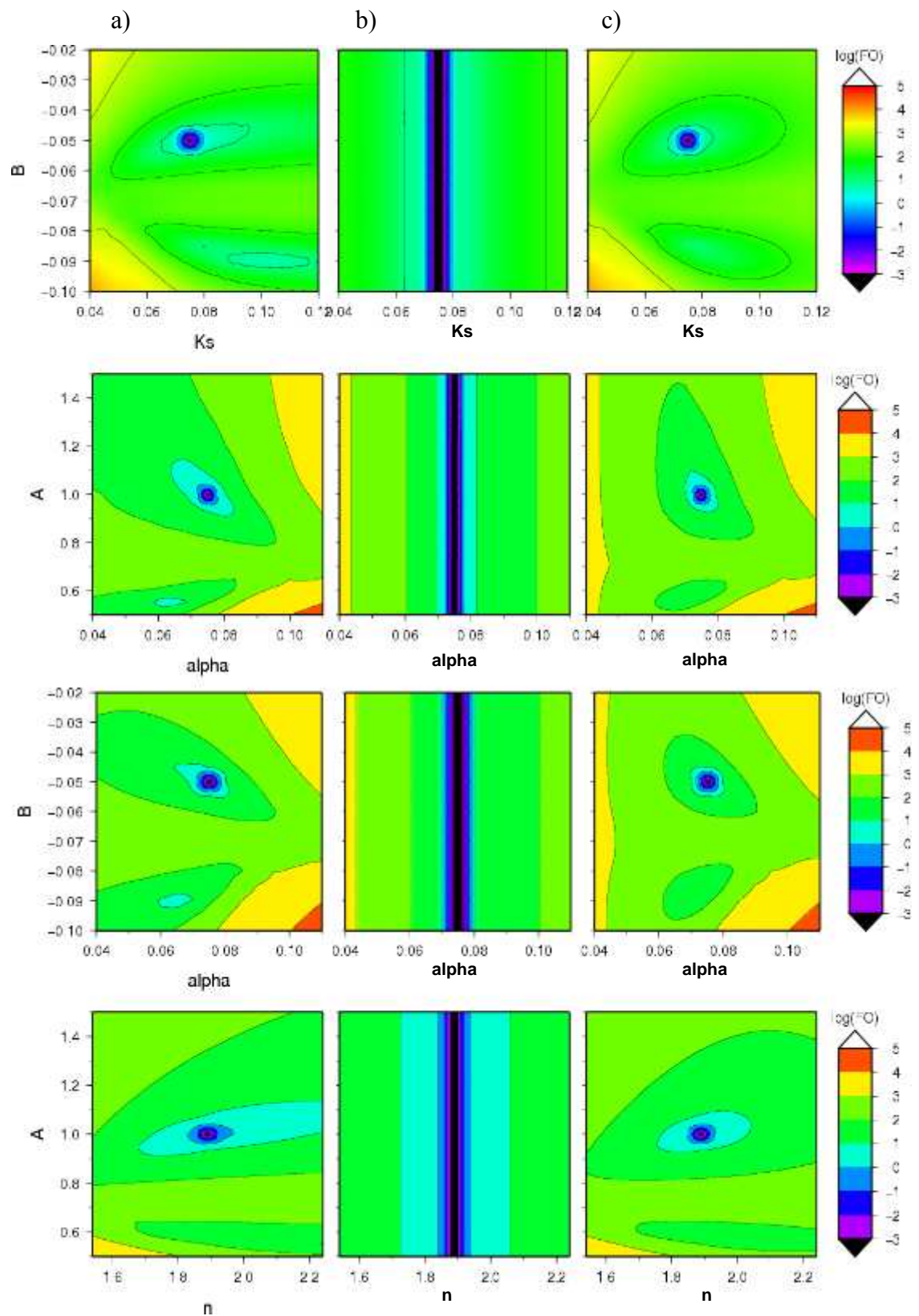
Il apparaît très clairement que tous les minimums de la FO pour des paramètres pris deux à deux sont bien définis et uniques, excepté pour le plan ($A-B$) qui montre une corrélation quasi parfaite. Les paramètres de Rhoades A et B sont bien identifiables dans les plans qui les impliquent avec un paramètre hydrodynamique, c'est-à-dire pour ($A-K_s$), ($B-K_s$), ($A-n$), ($A-\alpha$) ($B-\alpha$) et ($B-n$), bien qu'un minimum local soit présent en plus du minimum global. La représentation du plan ($A-B$) montre qu'il n'existe pas un minimum global mais un ensemble de minimums alignés linéairement. Ceci indique qu'il est fort possible que les deux paramètres ne puissent pas être inversés indépendamment.

Si la dimension et la forme des vallées ne sont pas équivalentes sur les graphiques des contributions des données d'infiltration et des données électriques, en revanche la position des vallées et leur direction sont équivalentes. De ce point de vue, ces résultats sont décevants, car des vallées qui auraient été sécantes auraient indiqué une excellente complémentarité des informations (électriques et d'infiltration). Cependant, si l'on examine l'addition des 2 types de données au sein d'une même fonction objective, on observe une réduction notable de la taille des vallées ce qui indique une meilleure définition du problème.

En observant ces représentations dans le détail, il apparaît de très intéressantes complémentarités entre les deux jeux de données. Par exemple, ainsi que l'ont observé Simunek et al. (1996), une augmentation simultanée de K_s et α conduit à des valeurs très proches de la FO. Il apparaît lors du calcul du flux d'infiltration sous l'infiltromètre que celui-ci dépend du rapport K_s / α . C'est pourquoi il n'est pas étonnant que le plan ($\alpha - K_s$) montre une vallée assez longue témoignant d'une corrélation importante entre ces paramètres. En utilisant uniquement les données d'infiltration, la corrélation entre ces deux paramètres est très importante. En revanche, l'ajout des données électriques réduit sur le plan ($\alpha - K_s$) considérablement la corrélation.

De façon générale, l'addition des deux types de données permet d'aboutir à des minimums très bien définis.





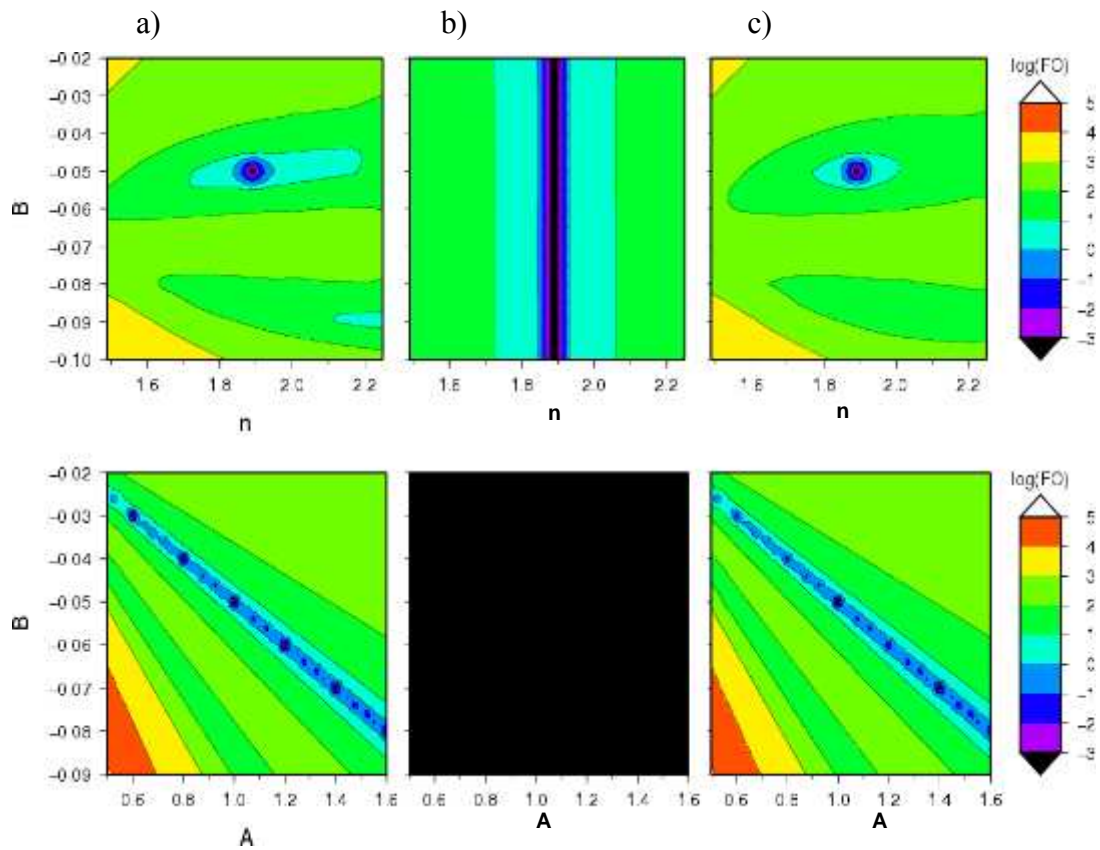
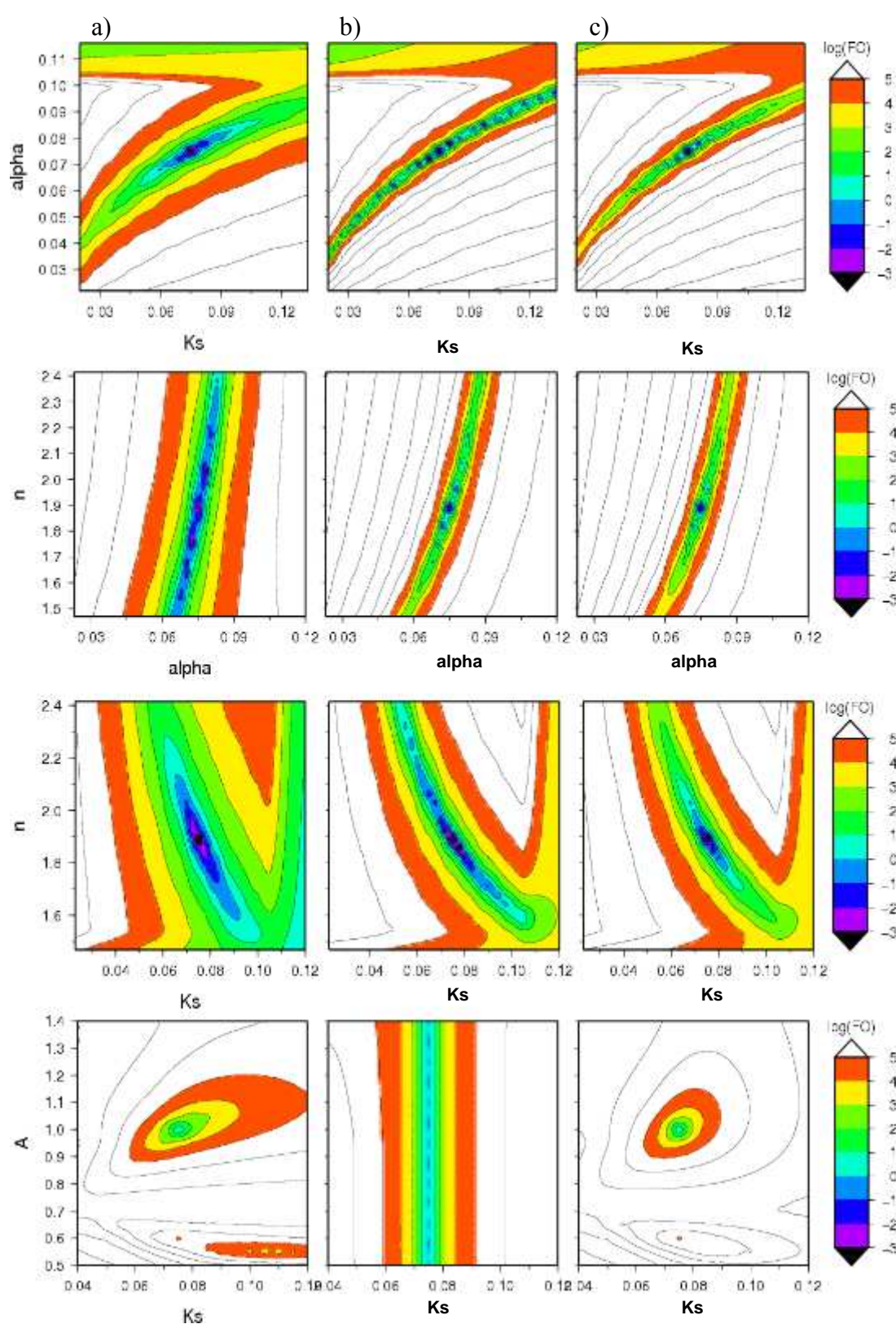
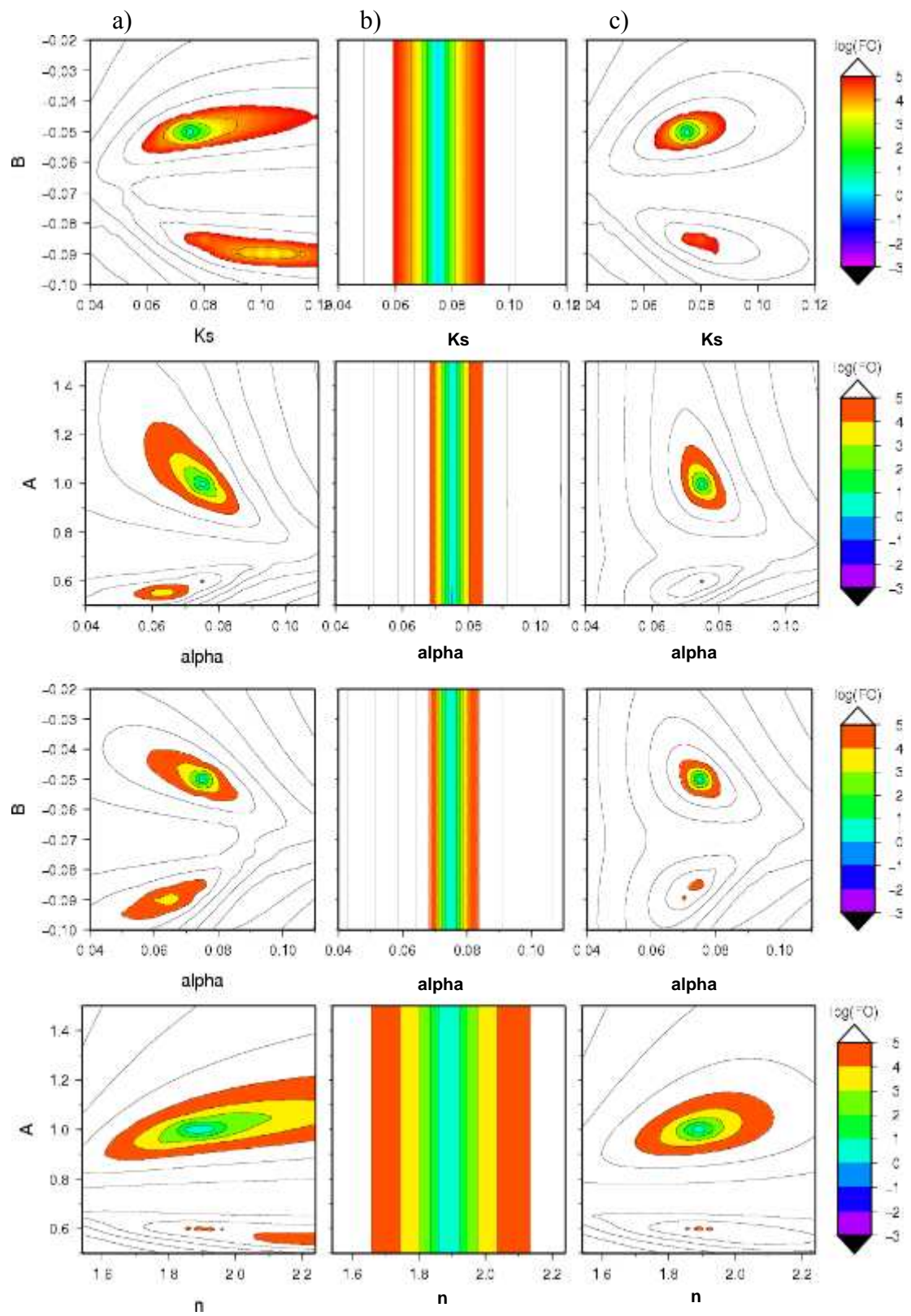


Figure 4. Contours de la fonction objective pour les données électriques (a), les données de volumes infiltrés (b), et la somme des deux (c). Cas d'une courbe d'infiltration à 3 mesures. Unités : K_s (cm min^{-1}), α (cm^{-1}), n (sans unité), A (sans unité), B (sans unité).

Les représentations de la FO dans le cas n°2 montrent des allures assez similaires à celles du cas n°1 (Figure 5). Cependant les pentes des vallées sont beaucoup plus raides. De même que dans le cas n°1, l'ajout des 2 types de données conduit à une meilleure définition du minimum. En choisissant de montrer les représentations de la FO avec 3 données d'infiltration, on a vu qu'il existait un minimum bien défini et unique pour tous les couples de paramètres, à l'exception du couple $(A-B)$, ce qui indique qu'il ne devrait pas y avoir de difficultés à obtenir par inversion les paramètres hydrodynamiques. Avec les représentations de la FO lors du cas où la courbe complète d'infiltration est utilisée, on a vu que les minimums étaient encore mieux définis.





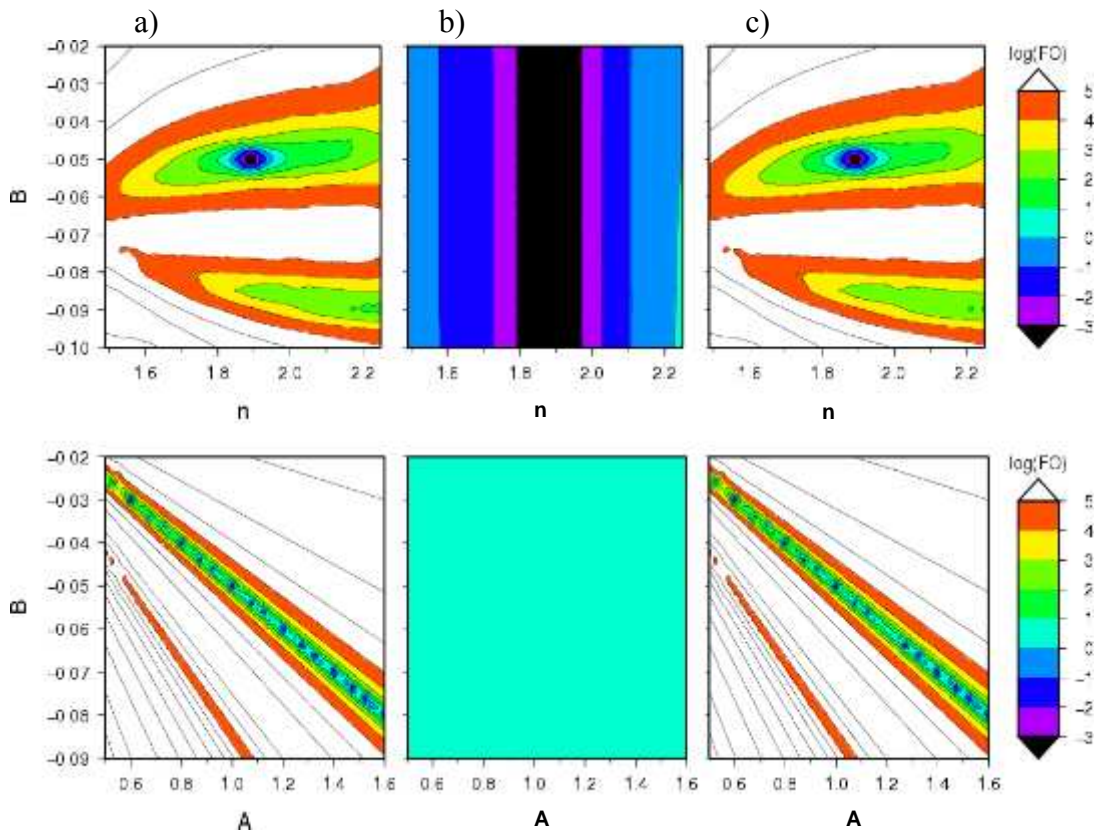


Figure 5. Contours de la fonction objective pour les données électriques (a), les données de volumes infiltré (b), et la somme des deux (c). Cas d'une courbe d'infiltration à 20 mesures. Unités : K_s (cm min^{-1}), α (cm^{-1}), n (sans unité), A (sans unité), B (sans unité).

2.2.2. Scénarios

2.2.2.1. Sol sablo-limoneux, optimisation de 3 paramètres

Ces inversions sont réalisées avec des courbes d'infiltration ne comprenant que 3 données d'infiltration, l'objectif étant de montrer l'intérêt de l'ajout de données électriques.

La première inversion, qui concerne un sol sablo-limoneux, montre des résultats quasi-parfaits (Tableau 6, Figure 6b). Après 20 itérations, les 3 paramètres sont presque parfaitement ajustés. La contribution des observations de résistivité électrique domine la FO lors des 7 premières itérations. Entre les itérations 7 et 11, les contributions des 2 jeux de données sont équivalentes. Après l'itération 11, la FO est à nouveau dominée par les observations de résistivité électrique jusqu'à l'itération 19 où l'importance des contributions s'inverse alors. (Figure 6a).

Tableau 6. Résultats des estimations pour les 4 scénarios du sol sablo-limoneux

Valeur des paramètres et intervalle de confiance à 95%						FO	RMSE (%)
Scénario	α (cm ⁻¹)	n	K_s (cm min ⁻¹)	A	B		
Réel	0,07500	1,8900	0,0750	1,000	-0,0500		
Initial	0,03600	1,5600	0,0173	1,672	-0,1130		
Scénario 1	0,07354	1,8889	0,07220	-	-	2,67E-03	0,199
Limite inf.	0,07337	1,8869	0,07181	-	-		
Limite sup.	0,07371	1,8908	0,07263	-	-		
Scénario 2	0,06948	1,8780	0,0651	-	-	3,52E-01	4,29
Limite inf.	0,06721	1,8593	0,0605	-	-		
Limite sup.	0,07183	1,8967	0,0700	-	-		
Scénario 3	0,07299	1,8927	0,0709	1,657	-0,0827	1,27E-03	0,126
Limite inf.	0,07287	1,8908	0,0706	1,623	-0,0844		
Limite sup.	0,07310	1,8945	0,0712	1,690	-0,0810		
Scénario 4	0,06663	1,8957	0,0590	1,655	-0,0822	3,33E-01	4,22
Limite inf.	0,06362	1,8689	0,0528	1,212	-0,1042		
Limite sup.	0,06977	1,9225	0,0660	2,098	-0,0602		

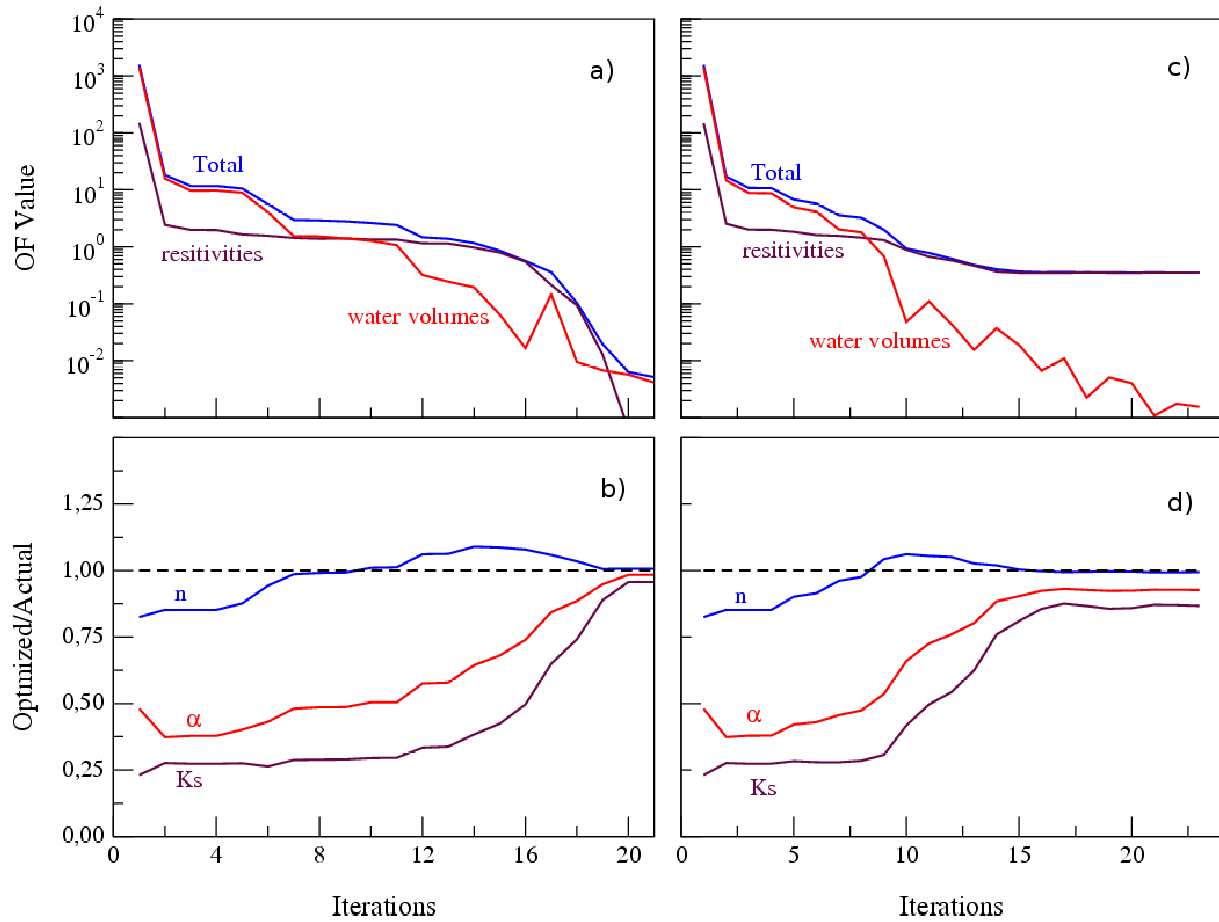


Figure 6. Évolution de la fonction objective et de la valeur des paramètres pour le sol sablo-limoneux. Les paramètres pétrophysiques (A, B) sont connus. a) Fonction objective pour le scénario 1 (données idéales). b) Évolution du ratio des valeurs des paramètres pour le scénario 1 (données idéales). c) Fonction objective pour le scénario 2 (données bruitées). d) Évolution du ratio des valeurs des paramètres pour le scénario 2 (données bruitées).

La même optimisation, réalisée cette fois avec des données électriques bruitées (scénario 2), montre également une domination de la contribution des observations de résistivité électrique dans les premières itérations, puis une inversion des contributions (Figure 6c). Cette alternance est la garantie que chacun des deux jeux d'observation contraint l'évolution de la valeur des paramètres durant l'inversion et ce jusqu'à la solution finale.

Les résultats de l'optimisation pour le scénario 2 sont moins précis que dans le cas du scénario 1 (Figure 6d). Le paramètre n est parfaitement ajusté alors que les paramètres α et K_s montrent des erreurs d'ajustement de 10 et 20 % respectivement. Ceci s'explique par la haute

corrélation entre ces 2 paramètres (coefficient de corrélation égal à 0,975, voir Tableau 7). En fin d'optimisation, la FO est 100 fois plus élevée que pour le cas du scénario 1. A partir de l'itération 14, la valeur de la FO, qui est dominée par les données électriques, continue de baisser d'itération en itération mais avec un taux très faible (Figure 6c). La contribution des données de volume cumulé dans la FO est de plus en plus faible au cours du processus d'inversion (à partir de l'itération 10), et c'est alors les données de résistivité électrique qui permettent l'optimisation correcte des paramètres.

Tableau 7. Matrice des coefficients de corrélation (sol sablo-limoneux)

		α (cm ⁻¹)	n	K_s (cm min ⁻¹)	A	B
Scénario 1	α (cm ⁻¹)	1	-0,520	0,964	-	-
	n	-0,520	1	-0,729	-	-
	K_s (cm min ⁻¹)	0,964	-0,729	1	-	-
Scénario 2	α (cm ⁻¹)	1	-0,366	0,975	-	-
	n	-0,366	1	-0,564	-	-
	K_s (cm min ⁻¹)	0,975	-0,564	1	-	-
Scénario 3	α (cm ⁻¹)	1	-0,653	0,956	-0,120	0,113
	n	-0,653	1	-0,846	0,107	-0,104
	K_s (cm min ⁻¹)	0,956	-0,846	1	-0,126	0,120
	A	-0,120	0,107	-0,126	1	-0,9999
	B	0,113	-0,104	0,120	-0,9999	1
Scénario 4	α (cm ⁻¹)	1	-0,746	0,988	-0,026	0,012
	n	-0,746	1	-0,839	0,034	-0,024
	K_s (cm min ⁻¹)	0,988	-0,839	1	-0,029	0,015
	A	-0,026	0,034	-0,029	1	-0,9998
	B	0,012	-0,024	0,015	-0,9998	1

On a représenté sur la Figure 7 les résultats d'un scénario supplémentaire où les paramètres sont inversés à l'aide seulement des données d'infiltration. Il apparaît clairement que, bien que la FO arrive en fin d'optimisation à des valeurs basses, les paramètres optimisés sont faux. Dans ce cas, il semble que c'est une sous-détermination qui empêche l'optimisation correcte des problèmes. La comparaison de ces résultats avec ceux du scénario 1 montre clairement que l'utilisation de données de résistivité électrique est pertinente.

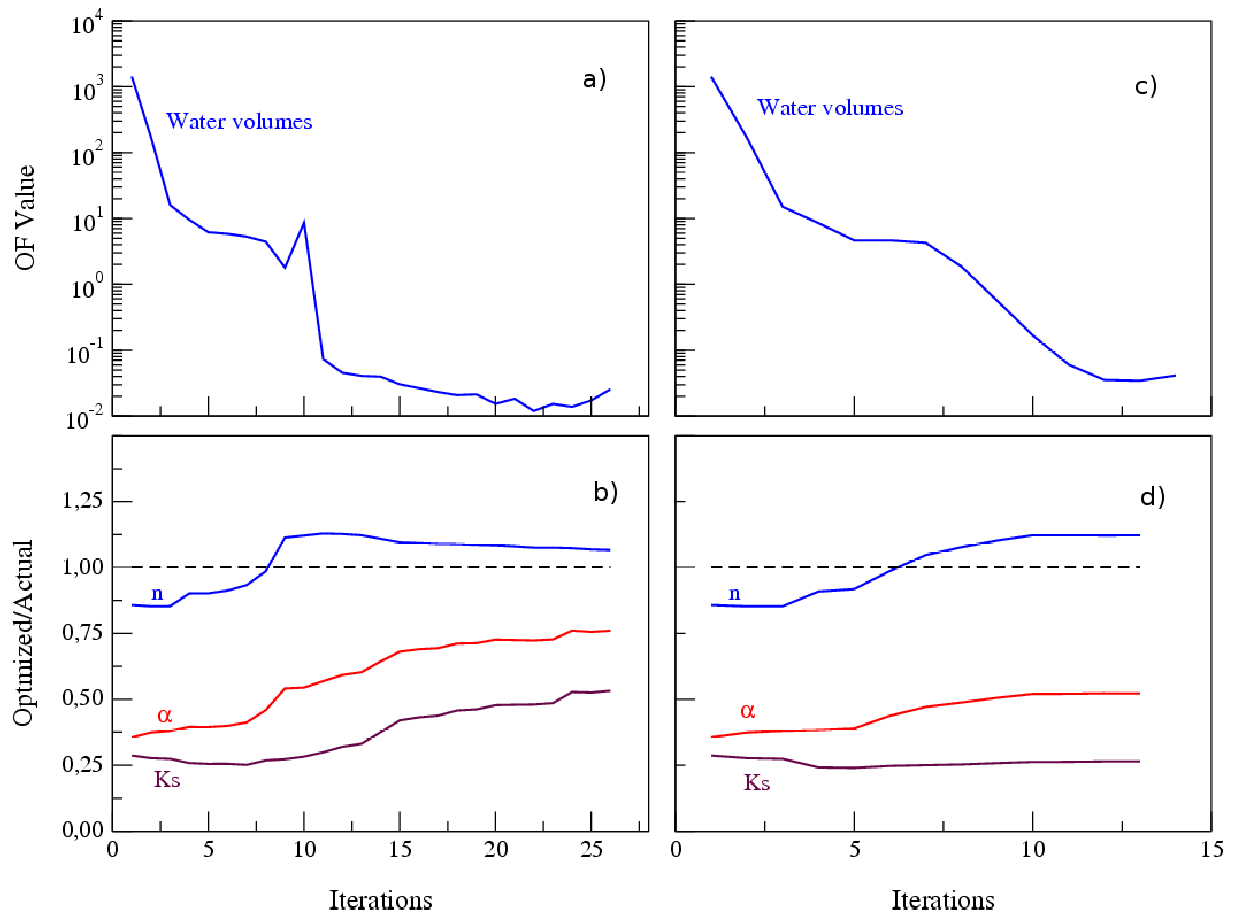


Figure 7. Évolution de la fonction objective et de la valeur des paramètres pour le sol sablo-limoneux avec uniquement des données d'infiltration. a) Fonction objective pour le scénario 1 (données idéales). b) Évolution du ratio des valeurs des paramètres pour le scénario 1 (données idéales). c) Fonction objective pour le scénario 2 (données bruitées). d) Évolution du ratio des valeurs des paramètres pour le scénario 2 (données bruitées).

2.2.2.2. Sol sablo-limoneux, optimisation de 5 paramètres

L'inversion des paramètres hydrodynamiques et pétrophysiques de manière conjointe avec des données idéales monte une estimation parfaite des paramètres hydrodynamiques, alors que dans le cas de données bruitées, les paramètres hydrodynamiques sont estimés moins précisément (Tableau 6, Figures 8b, 8d). En revanche, les paramètres pétrophysiques sont estimés de façon incorrecte dans les 2 cas, et d'ailleurs leur valeur n'évolue presque plus à partir de l'itération 4. Pour les scénarios 3 et 4, la FO est dominée par la contribution des

données d'infiltration jusqu'à l'itération 6, et dès lors, le poids des contributions s'inverse (Figures 8a, 8c).

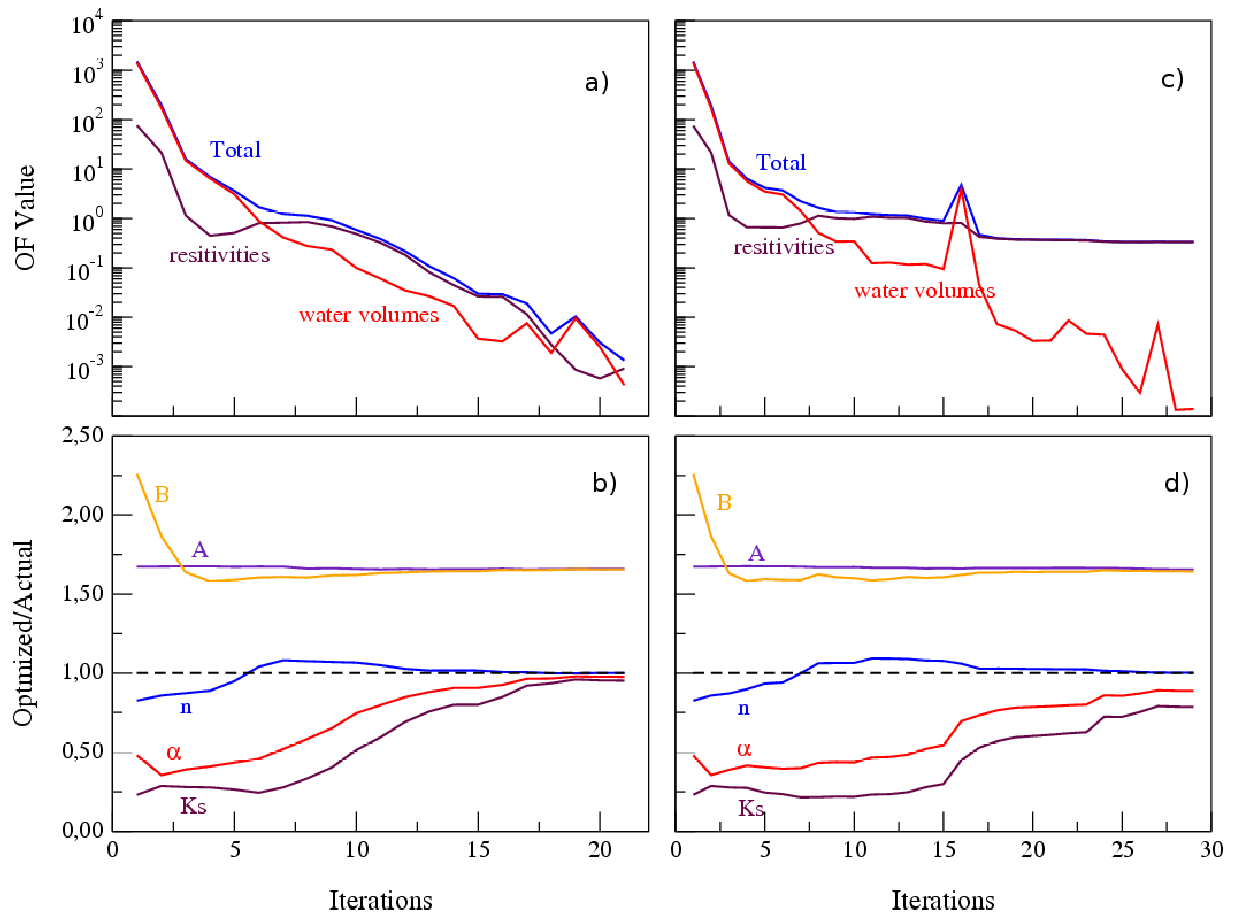


Figure 8. Évolution de la fonction objective et de la valeur des paramètres pour le sol sablo-limoneux. a) Fonction objective pour le scénario 3 (données idéales). b) Évolution du ratio des valeurs des paramètres pour le scénario 3 (données idéales). c) Fonction objective pour le scénario 4 (données bruitées). d) Évolution du ratio des valeurs des paramètres pour le scénario 4 (données bruitées).

Bien que les paramètres pétrophysiques ne sont pas correctement inversés, la valeur de la FO est très basse (même valeur que pour le scénario 1). Ceci suggère clairement que la FO

possède plusieurs minimums peu différents du minimum global (à supposer qu'il soit unique). La corrélation quasi-parfaite entre les 2 paramètres pétrophysiques empêche qu'ils soient correctement inversés (Tableau 7). Ce résultat est tout à fait en accord avec la représentation de la FO dans le plan ($A-B$) qui montre une corrélation très étroite entre les 2 paramètres.

Le scénario 4 montre des résultats très proches du scénario 3 (données idéales), c'est-à-dire que les paramètres hydrodynamiques sont correctement inversés. Comme dans le cas du scénario 2, la FO reste en fin d'optimisation à une valeur voisine de 10.

Il est important de remarquer que les intervalles de confiance à 95 %, calculés par PEST, ne contiennent, à l'exception du paramètre n , jamais la valeur réelle du paramètre (Tableau 6). Ceci est vraisemblablement dû à la fois à la non-linéarité du problème et aux corrélations de paramètres. PEST estime cet intervalle en se basant sur une hypothèse de linéarité qui n'est pas valable. Ces intervalles calculés par PEST sont approximatifs, cependant il n'est pas possible, à notre connaissance, de les calculer de façon exacte.

2.2.2.3. Sol limoneux, optimisation de 3 paramètres

Le scénario 1, dans le cas d'un sol limoneux montre, comme dans le cas du sol sablo-limoneux, d'excellents résultats (Tableau 8, Figure 9b). La solution est quasi-parfaite en dépit à nouveau d'une forte corrélation entre α et K_s (coefficient de corrélation égal à 0,927) (Tableau 9).

On observe également une alternance dans la domination des observations électriques et d'infiltration au cours de l'inversion (Figure 9a). La FO en fin d'inversion a une valeur plus faible que celle du scénario 1 du sol sablo-limoneux (10^{-3} contre 10^{-2}).

Dans le cas de données bruitées (scénario 2), les valeurs optimisées des paramètres sont très proches des solutions exactes (Figure 9d). Comparativement à ceux du scénario 1, ces résultats sont meilleurs. A nouveau, l'intervalle de confiance à 95% ne contient pas le plus souvent la valeur réelle du paramètre (Tableau 8).

On a simulé, comme pour le cas du sol sablo-limoneux, le cas d'une inversion qui n'utilise que des données d'infiltration. A nouveau, la FO arrive en fin d'optimisation à des valeurs basses, mais les paramètres optimisés sont faux (Figure 10).

Tableau 8. Résultats des estimations pour les 4 scénarios du sol limoneux

Valeur des paramètres et intervalle de confiance à 95%						FO	RMSE (%)
Scénario	α (cm ⁻¹)	n	K_s (cm min ⁻¹)	A	B		
Réel	0,03600	1,5600	0,0173	1,403	-0,0640		
Initial	0,08115	1,8900	0,0920	1,672	-0,1130		
Scénario 1	0,03617	1,5590	0,01745	-	-	4,71E-04	0,09
Limite inf.	0,03613	1,5585	0,01741	-	-		
Limite sup.	0,03621	1,5595	0,01749	-	-		
Scénario 2	0,03704	1,5265	0,0193	-	-	4,64E-01	2,77
Limite inf.	0,03551	1,5102	0,0177	-	-		
Limite sup.	0,03847	1,5427	0,0210	-	-		
Scénario 3	0,04996	1,4817	0,0340	1,673	-0,0777	1,07E-01	0,98
Limite inf.	0,04901	1,4748	0,0326	1,492	-0,0862		
Limite sup.	0,05093	1,4886	0,0354	1,854	-0,0692		
Scénario 4	0,03201	1,5507	0,0148	1,804	-0,0814	4,51E-01	2,66
Limite inf.	0,03003	1,5370	0,0133	1,551	-0,0928		
Limite sup.	0,03412	1,5645	0,0164	2,056	-0,0700		

Tableau 9. Matrice des coefficients de corrélation (sol limoneux)

		α (cm ⁻¹)	n	K _s (cm min ⁻¹)	A	B
Scénario 1	α (cm ⁻¹)	1	-0,441	0,927	-	-
	n	-0,441	1	-0,745	-	-
	K _s (cm min ⁻¹)	0,927	-0,745	1	-	-
Scénario 2	α (cm ⁻¹)	1	-0,527	0,947	-	-
	n	-0,527	1	-0,772	-	-
	K _s (cm min ⁻¹)	0,947	-0,772	1	-	-
Scénario 3	α (cm ⁻¹)	1	-0,548	0,952	0,010	-0,018
	n	-0,548	1	-0,776	0,013	-0,016
	K _s (cm min ⁻¹)	0,952	-0,776	1	0,003	-0,008
	A	0,010	0,013	0,003	1	-0,9997
	B	-0,018	-0,016	-0,008	-0,9997	1
Scénario 4	α (cm ⁻¹)	1	-0,307	0,972	0,110	-0,127
	n	-0,307	1	-0,523	-0,240	0,237
	K _s (cm min ⁻¹)	0,972	-0,523	1	0,158	-0,173
	A	0,110	-0,240	0,158	1	-0,9990
	B	-0,127	0,237	-0,173	-0,9990	1

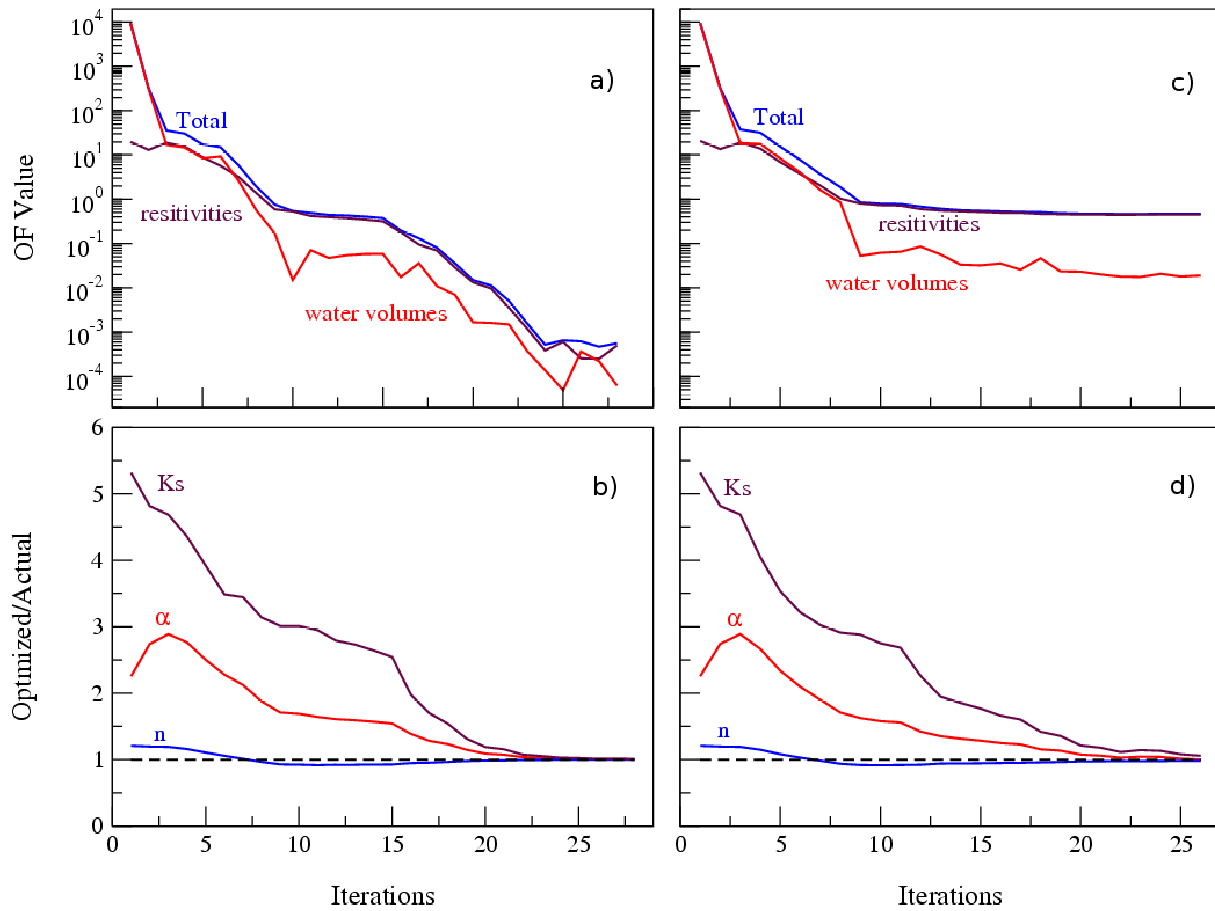


Figure 9. Évolution de la fonction objective et de la valeur des paramètres pour le sol limoneux. Les paramètres pétrophysiques (A , B) sont connus. a) Fonction objective pour le scénario 1 (données idéales). b) Évolution du ratio des valeurs des paramètres pour le scénario 1 (données idéales). c) Fonction objective pour le scénario 2 (données bruitées). d) Évolution du ratio des valeurs des paramètres pour le scénario 2 (données bruitées).

2.2.2.4. Sol limoneux, optimisation de 5 paramètres

Le scénario 3 montre une optimisation des paramètres hydrodynamiques assez décevante (Figure 11b). Les valeurs optimisées de K_s et α sont respectivement 1,97 et 1,39 fois trop élevées. La corrélation entre A et B est extrême (coefficient de corrélation égal à 0,9997).

L'optimisation du scénario 4 montre des résultats meilleurs que ceux du scénario 3. Les valeurs optimisées de K_s et α sont égales respectivement à 0,856 et 0,889 fois leur valeur réelle (Figure 11). On remarque que A et B ne sont pas correctement optimisés, et ce comme dans le cas du sol sablo-limoneux. Le paramètre A n'a pas évolué durant l'optimisation, l'ajustement se faisant sur le paramètre B .

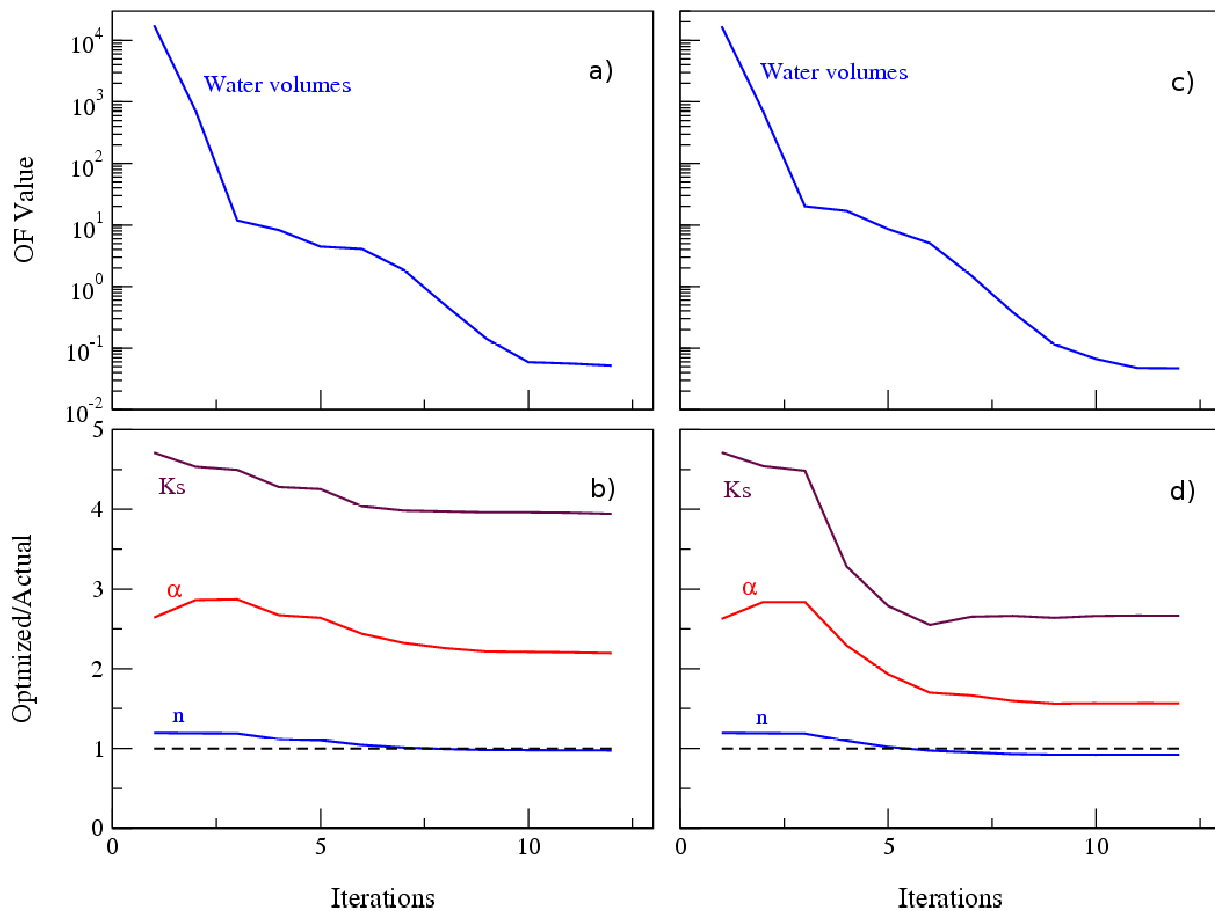


Figure 10. Évolution de la fonction objective et de la valeur des paramètres pour le sol limoneux avec uniquement des données d'infiltration. a) Fonction objective pour le scénario 1 (données idéales). b) Évolution du ratio des valeurs des paramètres pour le scénario 1 (données idéales). c) Fonction objective pour le scénario 2 (données bruitées). d) Évolution du ratio des valeurs des paramètres pour le scénario 2 (données bruitées).

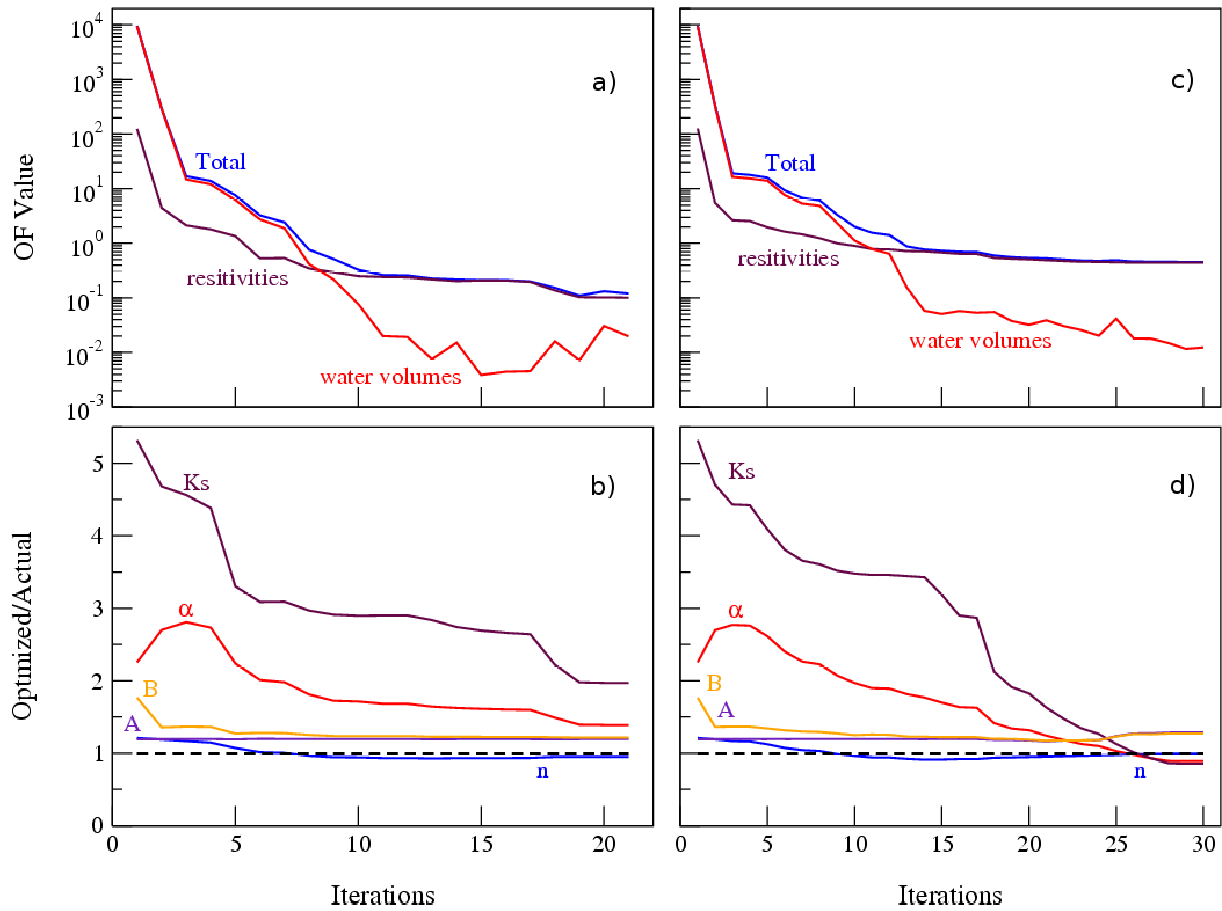


Figure 11. Évolution de la fonction objective et de la valeur des paramètres pour le sol limoneux. a) Fonction objective pour le scénario 3 (données idéales). b) Évolution du ratio des valeurs des paramètres pour le scénario 3 (données idéales). c) Fonction objective pour le scénario 4 (données bruitées). d) Évolution du ratio des valeurs des paramètres pour le scénario 4 (données bruitées).

Il est étonnant que les données bruitées conduisent à une meilleure précision de la solution que les données idéales (Figures 11b, 11d). Ceci pourrait être lié aux données électriques qui sont acquises en sens normal et inverse : quand on inverse les électrodes d'injection et de retrait, dans le cas de données parfaites, les deux valeurs mesurées dans le cas direct et dans le cas inversé sont identiques, alors que si l'on adjoint un bruit aléatoire, les mesures directes et inverses sont différentes, ce qui rajoute de l'information. La solution parfaite n'est pas trouvée

dans le cas des données idéales car l'inversion s'arrête quand un critère d'arrêt est atteint, ce critère étant un abaissement de la FO trop faible depuis un certain nombre d'itération ou un changement relatif ou absolu de la valeur des paramètres entre deux itérations successives trop faible. Mis à part cette observation surprenante au premier abord, on constate que la FO n'évolue que lentement à partir des itérations 11 et 14 pour les scénarios 3 et 4 respectivement, et ce jusqu'à la fin, sous contrainte totale des données électriques. Pendant toute cette phase de l'inversion la valeur des paramètres évolue, indiquant une fois de plus la pertinence des données électriques.

2.2.3. Discussion - Conclusions

Cette étude numérique a permis de mettre en lumière les points fondamentaux suivants :

1. La courbe d'infiltration ou les données électriques peuvent contenir une information suffisante pour inverser K_s , α et n . C'est le résultat révélé par les représentations de la FO sur des graphiques 2D des paramètres qui montrent des minimums bien définis. L'addition des deux types de données améliore sensiblement la définition du problème.

2. L'étude des différents scénarios a montré que, si les paramètres pétrophysiques sont connus, l'obtention par inversion des paramètres hydrodynamiques est réalisable, et ce même avec des données bruitées. Dans le cas où les paramètres pétrophysiques ne sont pas connus, les résultats sont plus mitigés et montrent une bonne optimisation des paramètres hydrodynamiques et une mauvaise optimisation des paramètres pétrophysiques.

Cependant, pour les scénarios où les paramètres pétrophysiques sont optimisés conjointement aux paramètres hydrodynamiques, le problème semble sous-déterminé, et l'optimisation des paramètres (hydrodynamiques et pétrophysiques) est imparfaite. La méthode semble de ce point de vue adaptée à l'inversion des paramètres hydrodynamiques, mais pas à l'inversion des paramètres pétrophysiques.

Il apparaît donc au terme de cette étude numérique qu'il n'est pas possible de déterminer lors de l'inversion conjointement A et B . Bien que l'objectif principal soit d'estimer les paramètres hydrodynamiques, et que la mauvaise estimation des paramètres pétrophysiques ne porte pas préjudice à cet objectif principal, on pourrait soit tenter de déterminer A et B au laboratoire par des mesures réalisées sur échantillon, soit utiliser pour la modélisation et l'inversion une

relation pétrophysique différente, qui ne contienne qu'un paramètre (Friedman 1995, ou Archie, 1942).

Cependant il paraît aussi raisonnable d'utiliser cette relation, tout en sachant qu'elle ne peut être calibrée de cette façon, mais que cet inconvénient ne nuit pas à l'obtention correcte des paramètres hydrodynamiques. De plus il se pourrait que, lors des expériences de terrain, la corrélation entre les paramètres soit moins forte et qu'une optimisation correcte des paramètres soit envisageable.

3. Il a été remarqué que les paramètres hydrodynamiques obtenus dans le cas du sol limoneux sont meilleurs que ceux obtenus dans le cas du sol sablo-limoneux. Ce résultat pourrait s'expliquer par les différences d'allure des courbes de rétention de ces deux types de sol. En effet, la courbe de rétention en eau des sols fins étant moins raide au niveau de son point d'inflexion que celle des sols grossiers, la gamme des potentiels matriciels intermédiaires entre les 2 paliers proches de la saturation et proche du dessèchement est plus large (Figure 12). Ainsi, lors de l'infiltration, le gradient des teneurs en eau dans le bulbe d'infiltration est plus faible ($\Delta\theta/\Delta x$), et l'utilisation de mesures électriques afin de mesurer le champ de teneur en eau est plus efficace.

A ce stade de notre travail, il s'agit maintenant de réaliser des expériences sur le terrain et des inversions numériques associées, et d'obtenir :

- Une confrontation des ordres de grandeurs des valeurs de la FO après optimisation avec les valeurs obtenus lors des tests numériques. Une attention particulière sera portée aux coefficients de corrélations. Par ailleurs, des critères statistiques seront utilisés pour juger de la pertinence des modèles.
- Une confrontation des valeurs des paramètres optimisés avec ceux obtenus par d'autres méthodes (infiltration multipotentielle et presses de Richards).

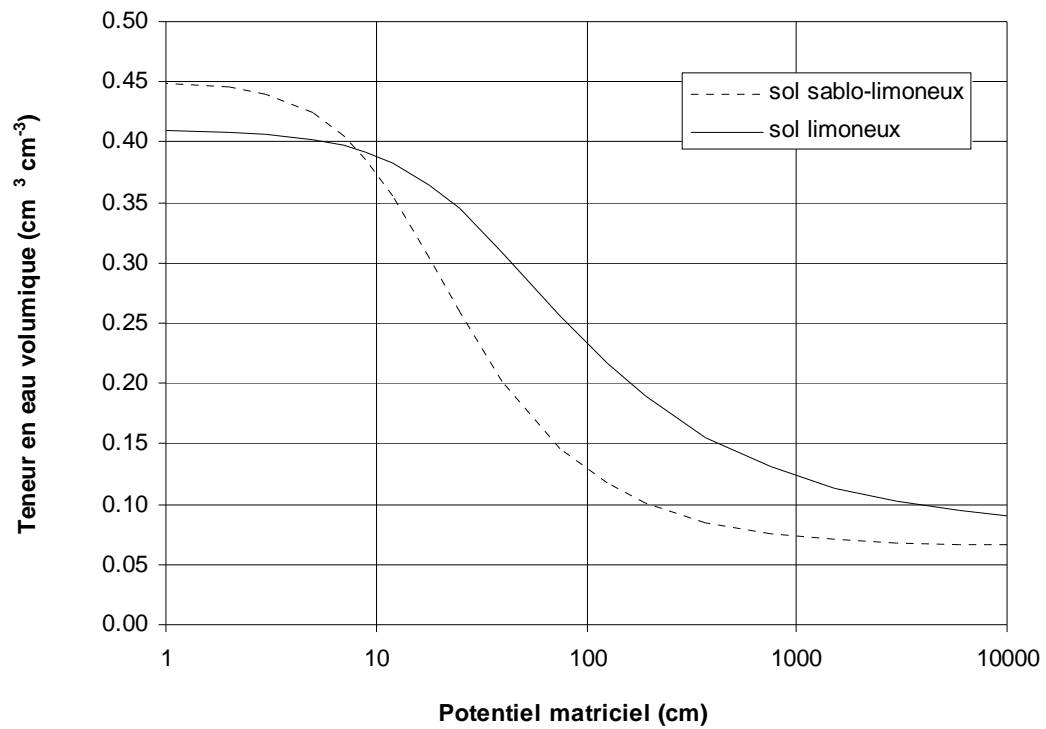


Figure 12. Courbes de teneur en eau volumique du sol sablo-limoneux et du sol limoneux. La pente de la courbe du sol limoneux est plus douce, ce qui induit que la gamme de potentiel incluse entre deux teneurs en eau volumique données est plus grande pour le sol limoneux.

CHAPITRE 3. Expérimentation sur données de terrain

Les expériences de terrain se sont déroulées entre le 18 Juillet 2007 et le 26 Juin 2008. Les caractéristiques générales de ces expériences sont résumées dans le Tableau 10.

Étant donné que ces expériences sont nouvelles, on a procédé pas et pas, et certains paramètres ont été modifiés avec l'expérience :

- Pour les premières expériences, un clou a été utilisé pour établir le contact entre le câble électrique et le sol. Après on s'est aperçu que le contact pouvait être obtenu aussi bien en enfonçant le câble directement dans le sol. Ainsi l'hypothèse de ponctualité du point d'injection est mieux respectée (il est d'usage de ne pas enfoncer l'électrode plus profond que 10 % de la valeur de l'écartement entre électrodes).
- Alors que pour les premières expériences, l'infiltromètre a été utilisé tel quel, on a voulu être certain par la suite qu'il n'y avait aucune conduction électrique qui était assurée par l'infiltromètre lui-même, et on a remplacé les pièces en métal par des pièces en plastique (grille d'infiltration et pieds).

Par ailleurs, différentes conductivités électriques de l'eau ont été testées. On a infiltré soit de l'eau du robinet de Grignon (environ $700 \mu\text{S cm}^{-1}$) soit cette même eau dans laquelle du NaCl a été préalablement dissous (conductivité d'environ $15000 \mu\text{S cm}^{-1}$).

3.1. Matériels et Méthodes

3.1.1. Présentation des sites d'étude

3.1.1.1. Sol limoneux : Grignon

Le sol étudié se situe sur une parcelle d'un champ expérimental de l'Institut National de la Recherche Agronomique à Grignon dans le département des Yvelines (78).

Tableau 10. Synthèse des conditions d'expériences de terrain (lieu, date, conditions d'infiltration et de mesures électriques)

Réf.	Lieu	Date	Infiltration							Mesures électriques				Optimisation
			h_{inf} (cm)	T_{inf} (min)	P_{inf} (cm)	σ_{eau} ($\mu S/cm$)	V_{inf} (cm^3)	θ_i ($cm^3 cm^{-3}$)	σ_s (g/cm^3)	ρ_i ($\Omega.m$)	N_p (-)	Elect.	Métal.	
	Grignon	18/07/2007	-1	195	40	750	584	0,23	1,55	13	18	clou	oui	non
	Grignon	19/07/2007	-1	140	40	12150	567	0,21	-	13	14	clou	oui	non
	Grignon	27/09/2007	-1	127	40	715	445	0,18	-	28	16	clou	oui	non
			-1,5	110	40	15350	280	-	-	-	16	clou	oui	non
E1	Grignon	26/10/2007	-2	150	40	725	211	0,28	-	27	17	fil	oui	oui
			-0,5	80	40	725	359	-	-	-	10	fil	oui	non
E2	Grignon	31/03/2008 10h	-1	120	39	716	101	0,36	-	21	13	fil	non	oui
	Grignon	31/03/2008 14h	-0,5	87	39	716	575	0,36	-	19	12	fil	non	non
E3	Grignon	26/06/2008	-6	177	35	720	247	0,25	-	21	23	fil	non	oui
	Rambouillet	16/10/2007	-0,4	252	35	700-750	139	0,15	1,72	25	20	fil	oui	oui
	Rambouillet	19/06/2008	-3	95	22	540	155	0,19	-	37	9	fil	non	non
	Cernay	17/10/2007	-14	49	5	700-750	3620	0,122	1,43	1948	11	fil	oui	non
	Cernay	10/04/2008	-15	100	5	700-750	421	0,087	-	6031	14	fil	non	oui

h_{inf} est le potentiel d'infiltration

T_{inf} est la durée de l'infiltration

P_{inf} est la profondeur à laquelle repose l'infiltrmètre (mesurée à partir de la surface du sol)

σ_{eau} est la conductivité électrique de l'eau infiltrée

θ_i est la teneur en eau volumique initiale du sol

σ_b est la masse volumique apparente du sol

ρ_i est la résistivité électrique apparente moyenne initiale du sol

N_p est le nombre de jeux de mesures électriques acquis

Elect. représente le type d'électrode utilisée

Métal. indique la présence de pièces métalliques (grille à la base de l'infiltrmètre et pieds)

C'est un «cambisol calcique» (classification FAO), d'une épaisseur d'environ 0,8 m, qui repose sur les calcaires du Lutétien. Le sol est cultivé depuis de nombreuses années (cultures de maïs ou de sorgho). Des études préalables ont estimé les paramètres hydrodynamiques de ce sol à la fois dans son horizon travaillé et dans son horizon profond (Coquet et al., 2005b ; Coquet et al., 2005c). La composition granulométrique de l'horizon qui se situe sous le labour (i.e. à la profondeur où nos expériences sont réalisées) est la suivante : 31,0 % d'argile, 62,5 % de limon, 6,5 % de sable.

3.1.1.2. Sol sableux : Cernay-la-Ville

Le site d'étude se situe à quelques kilomètres de Cernay-la-Ville, dans le Parc Naturel Régional de la Haute Vallée de Chevreuse. Le site se localise sur les sables de Fontainebleau, d'âge Stampien. Il s'agit de dunes provenant d'un faciès marin remodelé par le vent (Figure 13a).

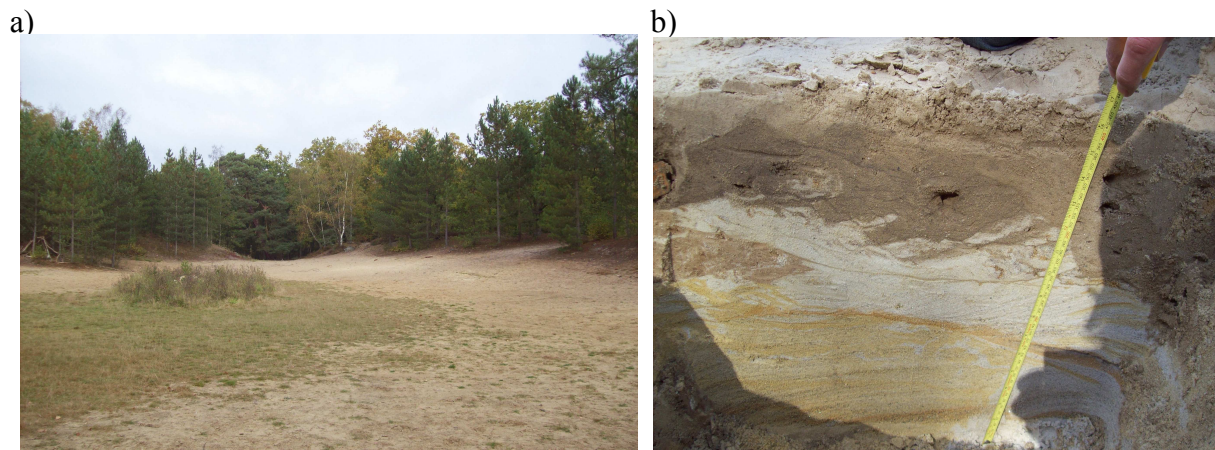


Figure 13. Dunes de sable de Cernay-la-ville (a), et profil vertical d'environ 50 cm (b).

Ces sables sont composés à 99 % de quartz (Schneider, 2006). Sur cette dune, Saintenoy et al. (2008) ont mesuré une porosité moyenne égale 0,43 et une masse volumique moyenne des particules égale à $2,48 \pm 0,03 \text{ kg dm}^{-3}$. De plus 10 % des particules ont un diamètre inférieur à 0,125 mm, et 86 % des grains ont un diamètre inférieur à 0,16 mm. Dans les premiers 50 cm

de profondeur, quelques variations de couleur sont observables avec des teintes blanches et ocres (Figure 13b). Aucune matière organique n'est visible.

3.1.1.3. Sol argileux : Rambouillet

Le site d'étude se situe dans le domaine de la Bergerie Nationale du Parc du château de Rambouillet (Yvelines). Le sol, situé sur une parcelle de prairie, a été excavé jusqu'à 26 cm puis une surface plane a été préparée pour poser l'infiltromètre. Ce sol est connu pour avoir un horizon très argileux, décrit par Fournier et Michelin (1989), et qui débute, selon nos observations, vers 45 cm de profondeur. Cependant, on a préféré travailler dans l'horizon supérieur qui contient déjà une quantité d'argiles importante. Dès l'excavation, on a remarqué la présence de cailloux centimétriques dispersés dans l'horizon superficiel du sol.

3.1.2. Infiltromètre à disque

Avant de placer l'infiltromètre, on a, à chaque fois, préparé une surface plane. A Grignon, pour chaque expérience, on a excavé environ 40 cm de sol, afin de se placer sous la semelle de labour. En effet le labour est réalisé à Grignon aux alentours de 26 cm de profondeur (profondeur variable selon les années), et une semelle de labour d'une épaisseur moyenne égale à environ 8-10 cm est présente. Après l'excavation, on a procédé au couteau à l'aplanissement de la surface du sol.

Pour les sols de Grignon et Rambouillet, une couche (3 mm d'épaisseur) de sable fin (sable de Fontainebleau) a été disposée entre le sol et l'infiltromètre afin d'améliorer le contact hydraulique entre le sol et l'infiltromètre.

Les potentiels d'infiltration ont été choisis à chaque fois de façon à ce que l'infiltromètre se vide dans une période de temps convenable, ni trop courte, afin que le temps d'acquisition des mesures électriques (environ 4 ou 5 minutes) soit négligeable par rapport au processus d'infiltration, ni trop longue, afin que l'expérience puisse se dérouler dans la journée.

Ainsi, à Grignon, on a choisi des potentiels assez proches de la saturation (entre -0,5 et -6 cm) pour avoir une quantité d'eau infiltrée assez importante.

A Rambouillet, en raison de la très faible conductivité hydraulique du sol (typique des sols argileux), on s'est placé à des potentiels proches de la saturation (-0,4 et -3 cm), pour infiltrer

un maximum d'eau, et avoir un bulbe suffisamment développé pour que les mesures électriques soient sensibles à son évolution.

A Cernay, en raison de la grande conductivité hydraulique typique des milieux sableux, on a choisi un potentiel très bas (-14 cm) pour éviter que le bulbe d'infiltration ne se développe trop vite, et que le temps d'acquisition des mesures de résistivité électrique apparente ne soit trop élevé en comparaison à la durée globale de l'expérience.

3.1.3. Dispositif de mesure de la résistivité électrique

Le résistivimètre SYSCAL-R1 PLUS (marque IRIS INSTRUMENTS) a été utilisé pour toutes les expériences. Ce résistivimètre automatique permet, en fonctionnant avec un multiplexeur, de travailler en acquisition multi-électrodes.

Le protocole utilisé est identique à celui décrit dans le chapitre 2. Chaque jeu de 54 données a été acquis en quelques minutes (4 à 5 minutes). On a toujours réalisé une ou plusieurs acquisitions avant le début de l'infiltration et après celle-ci.

3.1.4. Mesure des courbes de rétention en eau

La technique des presses de Richards permet d'obtenir au laboratoire une courbe de rétention en eau $\theta(h)$ (Klute, 1986 ; Quétin et Gaillard, 1998). Des échantillons d'un volume de 50 cm³ (hauteur de 2,55 cm et diamètre de 5 cm) sont prélevés. Les cylindres sont disposés sur une plaque poreuse. On utilise une pâte de kaolinite pour établir la continuité hydraulique entre les échantillons et la plaque poreuse. L'enceinte, qui contient la plaque poreuse, est fermée, et l'on ajuste la pression de l'air dans l'enceinte à une valeur qui correspond au potentiel de l'eau que l'on veut imposer dans l'échantillon. Il est nécessaire d'attendre environ deux jours que de l'eau soit expulsée de l'échantillon et que l'équilibre entre la pression de l'eau restante dans l'échantillon et celle de l'air de l'enceinte soit atteint. On procède ensuite à la pesée de l'échantillon. On répète l'opération à différents paliers de pression, de plus en plus élevés, la limite de pression applicable dépendant des caractéristiques de la plaque poreuse. On finit par mesurer la masse de l'échantillon séché à 105°C pendant 24 heures. On déduit ainsi les teneurs en eau volumiques du sol pour les différents potentiels testés: pF 1, 1,5, 2, 2,5, 3, 3,5, 4, et 4,2.

3.1.5. Modélisation de la résistivité électrique apparente

Alors que, dans l'étude numérique, il était implicite que l'eau d'infiltration avait une conductivité électrique identique à celle de l'eau présente initialement dans le sol, dans cette partie, on tentera d'inverser les paramètres hydrodynamiques et pétrophysiques, en tenant compte de la différence de conductivité électrique qu'il peut y avoir entre ces deux eaux.

Reprenons l'équation de Rhoades et al. (1976) exposée dans le chapitre 2 (équation 50), qui permet d'effectuer le passage de la teneur en eau θ à la conductivité électrique apparente σ_b :

$$\sigma_b = (A\theta^2 + B\theta)\sigma_w + \sigma_s \quad (53)$$

En faisant l'hypothèse que σ_s est négligeable et en se plaçant à l'instant initial, l'équation (53) devient :

$$\sigma_{b,i} = (A\theta_i^2 + B\theta_i)\sigma_{w,i} \quad (54)$$

où $\sigma_{b,in} [V^{-1} A L^{-1}]$ est la conductivité électrique apparente initiale, $\sigma_{w,in} [V^{-1} A L^{-1}]$ est la conductivité électrique de l'eau initialement présente dans le sol, et $\theta_i [L^3 L^{-3}]$ la teneur en eau volumique initiale du sol. Si la conductivité de l'eau σ_w qui est ajoutée dans le sol au cours de l'infiltration est identique à celle qui était déjà présente $\sigma_{w,i}$, alors le rapport $(\sigma_b / \sigma_{b,i})$ peut se calculer par :

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_{b,i}} = \frac{A\theta^2 + B\theta}{A\theta_i^2 + B\theta_i} \quad (55)$$

Si l'eau d'infiltration a une conductivité électrique différente de celle de l'eau initialement présente ($\sigma_w \neq \sigma_{w,i}$), alors on écrit que :

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_{b,i}} = \frac{(A\theta^2 + B\theta) \sigma_w}{(A\theta_i^2 + B\theta_i) \sigma_{w,i}} \quad (56)$$

où σ_b représente la valeur de la conductivité électrique de l'eau à l'instant t et dans la maille considérée. En écrivant que le rapport des conductivités électriques des fluides est égal à celui des concentrations ioniques :

$$\frac{\sigma_w}{\sigma_{w,i}} = \frac{C}{C_i} \quad (57)$$

où C [$M L^{-3}$] est la concentration en soluté à l'instant t et C_{ini} [$M L^{-3}$] est la concentration en soluté à l'instant initial, on peut écrire l'équation (56) sous la forme :

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_{b,i}} = \frac{A\theta^2 + B\theta}{A\theta_i^2 + B\theta_i} * \frac{C}{C_i} \quad (58)$$

3.1.6. Paramétrage du problème inverse et scénarios

On se propose de réaliser deux types d'inversions. Dans le premier cas, on supposera, comme dans le cas des expériences numériques que les conductivités électriques de l'eau d'infiltration et de l'eau initialement présente dans le sol sont identiques, alors que dans le second, on supposera que non.

Ainsi, dans le premier cas on optimisera :

- les paramètres hydrodynamiques de Mualem-van Genuchten
- les paramètres pétrophysiques de Rhoades A et B

Dans le second cas, les paramètres inversés seront :

- les paramètres hydrodynamiques de Mualem-van Genuchten
- les paramètres pétrophysiques de Rhoades A et B
- la dispersivité D
- le rapport R des conductivités électriques des eaux ($\sigma_w / \sigma_{w,i}$). Comme la valeur de σ_w a été mesurée pour chaque expérience, connaissant R , il serait alors immédiat de calculer $\sigma_{w,i}$.

Par ailleurs, afin de simplifier le processus d'inversion, on a choisit de lier les paramètres α_L et α_T par la relation suivante :

$$\alpha_L = 10\alpha_T \quad (59)$$

La valeur de diffusion moléculaire utilisé est $1,1 \times 10^{-9} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ qui est une valeur moyenne des coefficients de diffusion des ions majeurs présents dans l'eau du robinet.

En ce qui concerne les paramètres de Mualem-van Genuchten, étant donné que θ_r joue un rôle important dans la formulation mathématique des fonctions $K(h)$ et $\theta(h)$, mais que l'optimisation d'un nombre trop important de paramètres peut interdire la convergence de l'algorithme vers le minimum global, on testera deux alternatives :

- θ_r est optimisé.
- θ_r est fixé à la valeur 0.

Par ailleurs on a choisi, à la différence de la partie numérique pour laquelle il fallait se restreindre à un nombre de paramètres réduit en raison des temps de calculs très importants, d'inverser θ_s .

En résumé, on aura, pour chaque expérience, quatre scénarios correspondant aux 4 jeux de paramètres à inverser suivants :

- $\theta_s, \alpha, n, K_s, A, B$ (scénario 1).
- $\theta_r, \theta_s, \alpha, n, K_s, A, B$ (scénario 2).
- $\theta_s, \alpha, n, K_s, A, B, D, R$ (scénario 3).
- $\theta_r, \theta_s, \alpha, n, K_s, A, B, D, R$ (scénario 4).

3.2. Résultats de terrain

3.2.1. Cinétiques d'infiltration

Les cinétiques d'infiltration réalisées à différents potentiels présentent, pour certaines, une allure inattendue (Figures 14, 15, 16) : certaines courbes d'infiltration cumulée au cours du temps montrent une allure convexe. Alors que le taux d'infiltration est censé décroître au cours du temps, lors de certaines infiltrations, il croît au cours du temps (Figures 14a, 14b, 14c, 14f). Par exemple, si l'on regarde en détail la courbe d'infiltration du 27/09/07 (Figure 14c), on observe que la première courbe d'infiltration (entre les temps 0 et 125 min) montre deux régimes facilement distinguables. Jusqu'au temps 20 min, la courbe a une allure convexe (creux dirigé vers le bas) typique. Le ralentissement du taux d'infiltration est classique des débuts d'infiltration pendant lesquels le régime d'infiltration est transitoire. Cependant, à partir du temps 20 min environ, la courbe se redresse et donc le taux d'infiltration augmente. Différentes raisons peuvent être avancées pour expliquer cette observation :

- une modification du système poral sous l'infiltromètre (par exemple, sous l'action de l'eau d'infiltration, des particules du sol sont déplacées et de nouveaux pores actifs apparaissent),
- la présence et le développement d'un film d'eau en surface qui augmente la surface d'infiltration,
- une évaporation d'eau dans le vase de Mariotte qui induirait une augmentation du potentiel d'infiltration au cours de l'expérience, et donc la mise en fonction de pores jusque là inactifs.

L'allure de la courbe de la Figure 14a s'accorde bien avec cette dernière hypothèse puisque l'accroissement du taux d'infiltration est très régulier.

L'expérience du 26/10/07 sur le sol de Grignon, qui a comporté 4 infiltrations successives, montre des résultats mitigés. Les courbes représentant les 2 premières infiltrations donnent les résultats escomptés (courbes convexes) alors que les 2 dernières montrent des allures concaves (Figure 14d). Le potentiel choisi pour l'infiltration semble discriminant dans ce cas. Les deux premières infiltrations se sont déroulées à un potentiel égal à -2 cm alors que les deux dernières se sont déroulées au potentiel -0,5 cm.

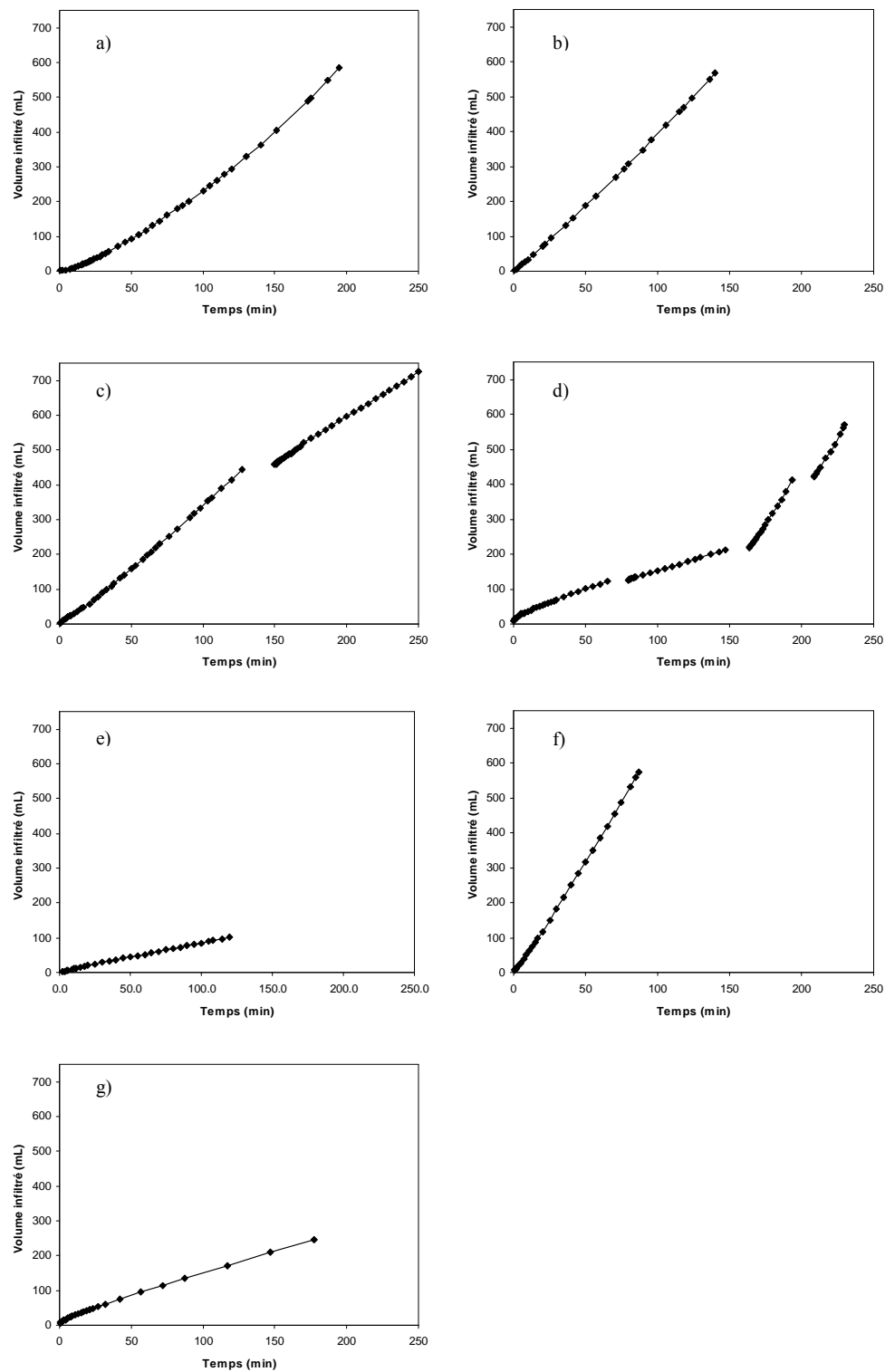


Figure 14. Cinétiques d'infiltration pour le sol de Grignon. a) le 18/07/07. b) le 19/07/07. c) le 27/09/07. d) le 26/10/07. e) le 31/03/08 matin. f) le 31/03/08 après-midi. g) le 26/06/08.

En ce qui concerne la journée du 31 mars, la même observation que précédemment peut être faite : l'infiltration du matin au potentiel -1 cm montre une allure convexe, alors que celle de l'après-midi, réalisée à un potentiel supérieur (-0,5 cm) est concave (Figures 14e, 14f).

La cinétique d'infiltration sur le sol de Cernay, le 17-10-07, montre une allure en palier, car, ce jour là, on a tenté de bloquer l'infiltromètre (en bouchant le tube d'alimentation en air), pour réaliser des mesures d'infiltration et pouvoir juger d'un éventuel effet électrocinétique (Figure 15a). De plus le taux d'infiltration est très élevé. Il se pourrait qu'une fuite à la base de l'infiltromètre soit responsable de ce taux d'infiltration très élevé. La cinétique d'infiltration sur le sol de Cernay du 10-4-08 est nettement plus régulière et montre un taux d'infiltration plus modéré que lors de l'infiltration du 17-10-07 (Figure 14b). La courbe présente une allure rectiligne.

Les cinétiques d'infiltration sur le sol de Rambouillet montrent, quant à elles, les régimes d'infiltration attendus avec une décroissance régulière au cours du temps du taux d'infiltration (Figure 16). Néanmoins l'infiltration du 16/10/07 montre un taux d'infiltration plus faible que celui du 19/06/08 alors que le potentiel d'infiltration est plus élevé le 16/10/07 que le 19/06/08 (potentiels d'infiltration égaux à -0,4 cm et -3 cm respectivement). Ce résultat inattendu peut s'expliquer par la variabilité spatiale de la conductivité hydraulique dans ce sol.

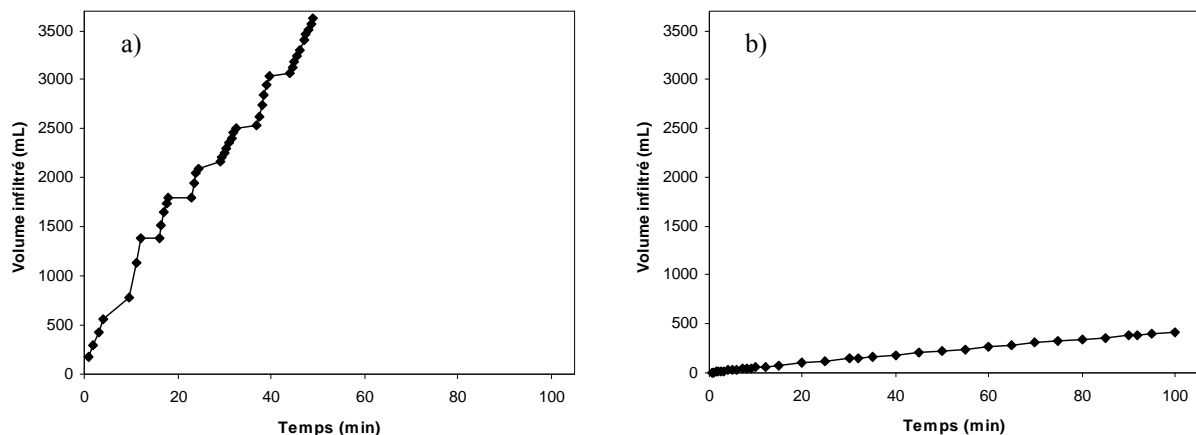


Figure 15. Cinétiques d'infiltration pour le sol de Cernay. a) le 17/10/07. b) le 10/04/08.

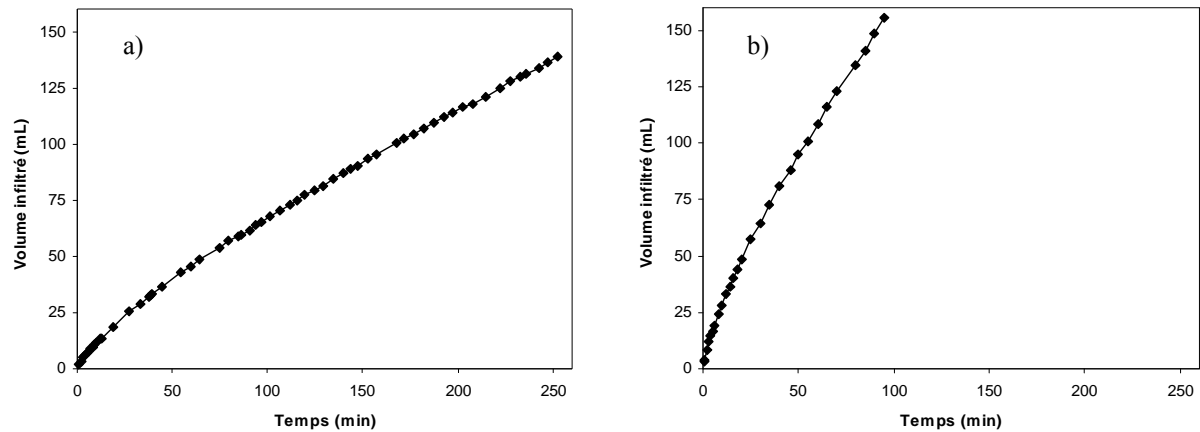


Figure 16. Cinétiques d'infiltration pour le sol de Rambouillet. a) le 16/10/07. b) le 19/06/08.

De nombreuses courbes d'infiltration ne présentent pas l'allure escomptée. On ne pourra pas réaliser d'inversion des paramètres hydrodynamiques en utilisant les courbes d'infiltration concaves, car aucun jeu de paramètre ne permettrait de prédire une telle cinétique d'infiltration.

3.2.2. Résistivités électriques

3.2.2.1. État initial

On a représenté en fonction du temps l'évolution de la résistivité électrique apparente mesurée par chacun des 54 quadripôles (Figures 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25 et 26) lors des infiltrations. Pour un sol homogène et un système électrique idéal (c'est-à-dire si les électrodes étaient parfaitement disposées et ponctuelles), on aurait à l'instant initial la même valeur de résistivité électrique pour chacun des quadripôles. Ceci n'est évidemment pas le cas, et les valeurs mesurées de résistivité électrique montrent pour chaque expérience, et à l'instant initial (avant infiltration), une dispersion autour d'une valeur moyenne. Cette dispersion est d'ailleurs assez variable (Tableau 11).

Tableau 11. Résistivités électriques apparentes initiales

Lieu	Date	μ	σ	μ/σ	min	max
		($\Omega.m$)	($\Omega.m$)	(-)	($\Omega.m$)	($\Omega.m$)
Grignon	18/07/2007	12,9	0,91	0,07	10,46	14,56
Grignon	19/07/2007	12,5	1,22	0,10	9,32	14,60
Grignon	27/09/2007	28,1	2,29	0,08	23,14	31,96
Grignon	26/10/2007	26,7	2,26	0,08	21,01	32,05
Grignon	31/03/2008 10h	20,8	2,31	0,11	16,80	25,92
Grignon	31/03/2008 14h	19,3	1,34	0,07	15,98	22,98
Grignon	26/06/2008	21,4	3,01	0,14	17,51	28,76
Rambouillet	16/10/2007	25,0	3,92	0,16	17,66	32,83
Rambouillet	19/06/2008	36,6	6,47	0,18	22,99	51,28
Cernay	17/10/2007	1947,9	510,97	0,26	1054,61	2829,63
Cernay	10/04/2008	6031,2	772,44	0,13	4422,82	7851,84

μ est la valeur moyenne de la résistivité électrique apparente

σ est l'écart-type de la valeur de résistivité électrique apparente

Ces différences entre les valeurs des résistivités électriques apparentes calculées pour chacun des quadripôles résultent à la fois de l'inhomogénéité du sol et des erreurs de mesures. Par inhomogénéité du sol, on entend l'effet de la variabilité spatiale des caractéristiques

bio-physico-chimiques du sol (texture, masse volumique apparente, teneur en eau volumique,...) dont dépend la mesure de résistivité électrique apparente.

Cette dispersion des valeurs de résistivités électriques apparentes est largement plus faible pour le sol de Grignon (coefficient de variation μ/σ environ égal à 0,9) que pour le sol de Cernay et le sol de Rambouillet (coefficients de variation compris entre 0,13 et 0,26).

Ce résultat s'accorde avec des observations macroscopiques :

- A Grignon, aucune inhomogénéité de matériau n'avait été observée.
- A Rambouillet, de nombreux petits cailloux sont présents.
- A Cernay, il existe des variations locales de couleur qui pourraient être corrélées à des variations de paramètres physiques (type de constituants, porosité, granulométrie,...). De plus, les mesures ont été réalisées sur des états très secs, ce qui se traduit par des résistivités électriques très élevées (comprises entre 1055 et 7852 $\Omega.m$), et parfois même hors gamme de mesure ($>10 \text{ k}\Omega.m$).

Les valeurs moyennes de la résistivité électrique apparente à Grignon appartiennent à l'intervalle 12,5 $\Omega.m$ – 28,1 $\Omega.m$ ce qui démontre une grande variabilité de cette valeur à l'échelle saisonnière. En revanche, l'effet d'inhomogénéité nous semble assez restreint et les valeurs de coefficient de variation relatif ne dépassent jamais à Grignon 14 %.

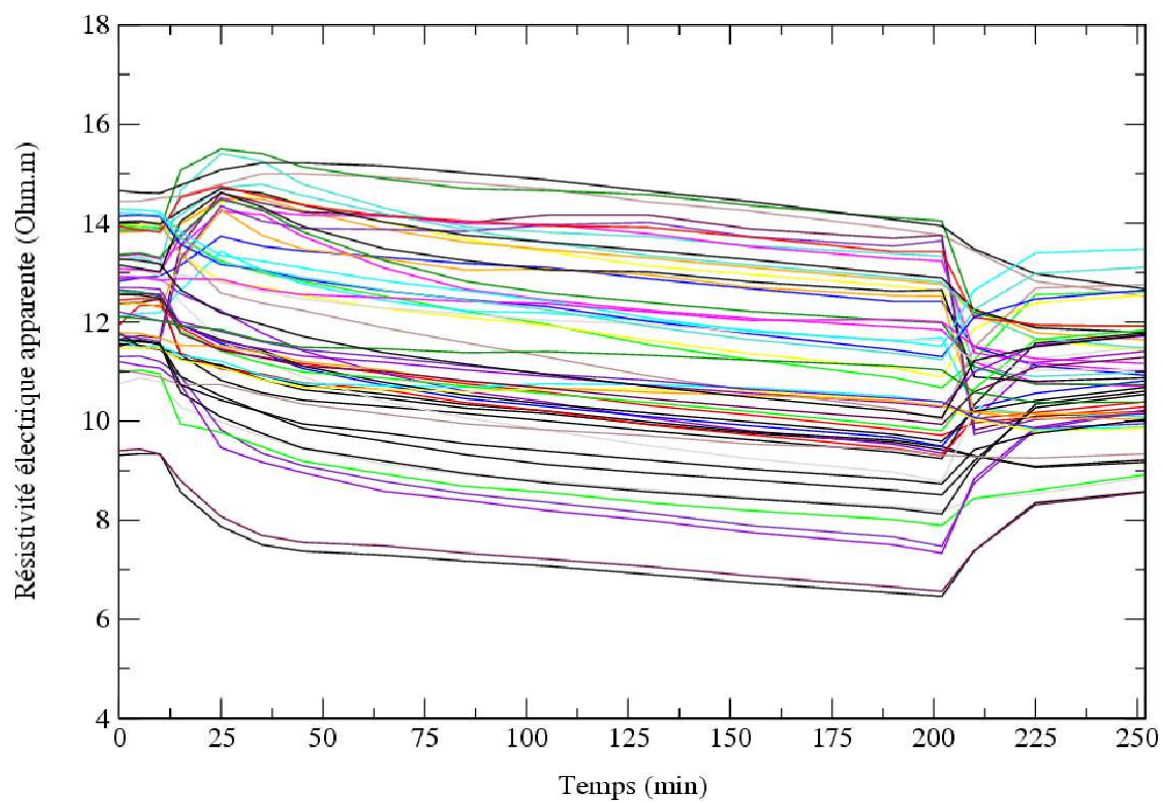


Figure 17. Résistivité électrique apparente des 54 quadripôles. Grignon 18-07-07.

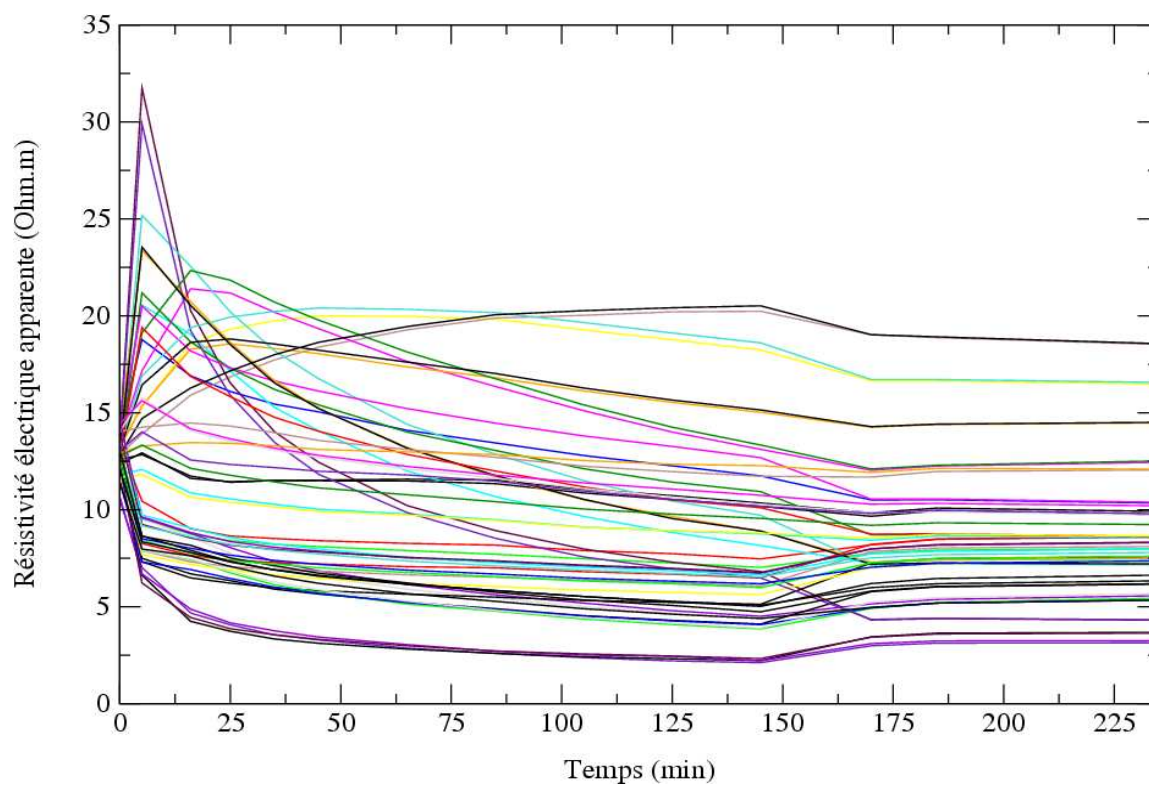


Figure 18. Résistivité électrique apparente des 54 quadripôles. Grignon 19-07-07.

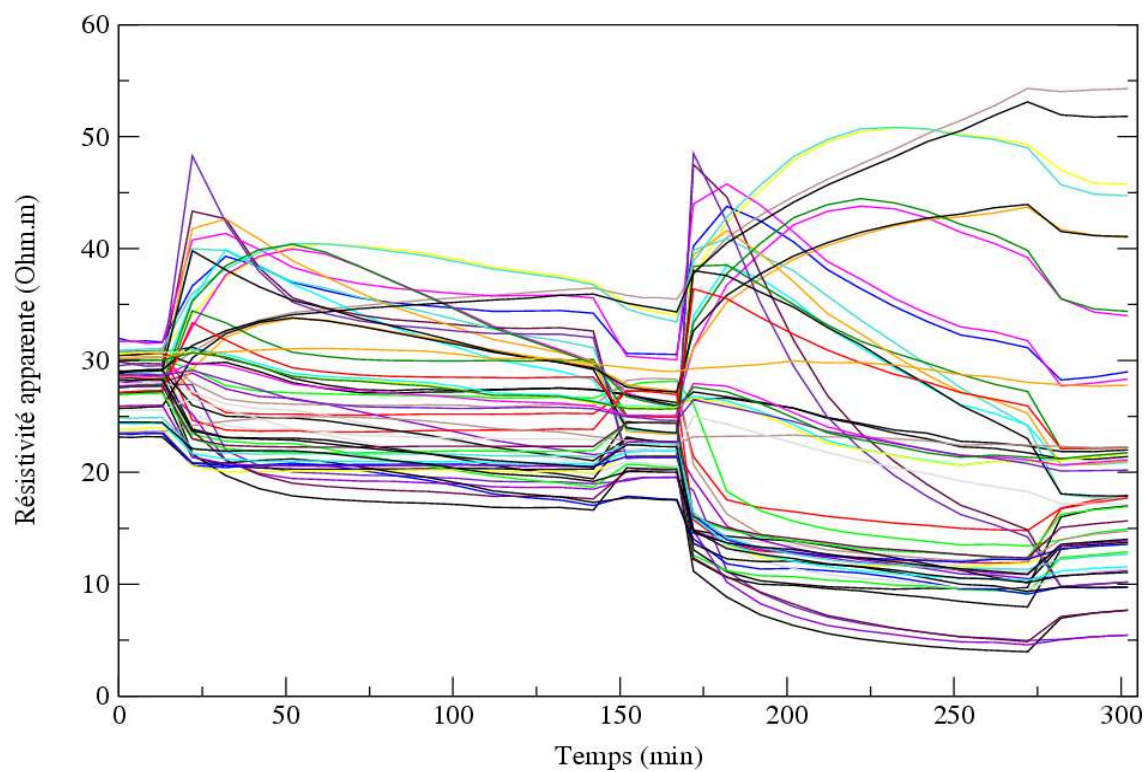


Figure 19. Résistivité électrique apparente des 54 quadripôles. Grignon 27-09-07.

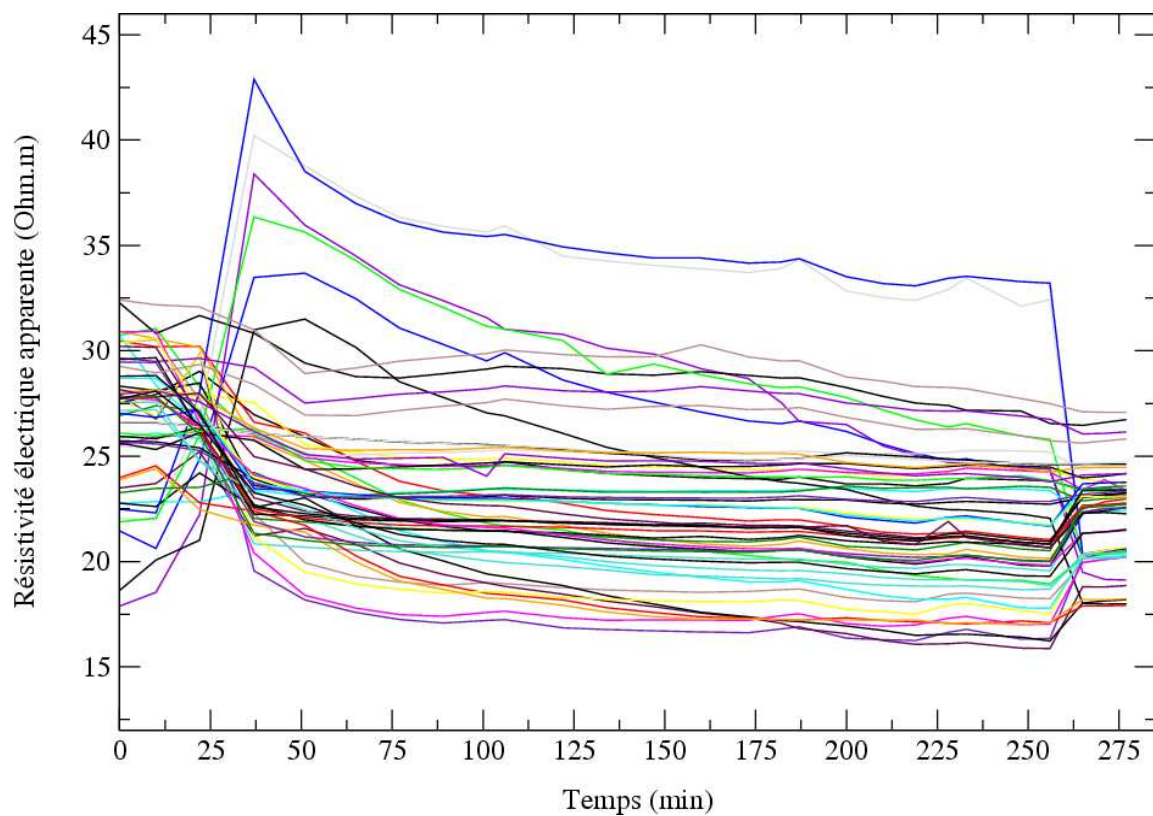


Figure 20. Résistivité électrique apparente des 54 quadripôles. Grignon 26-10-07.

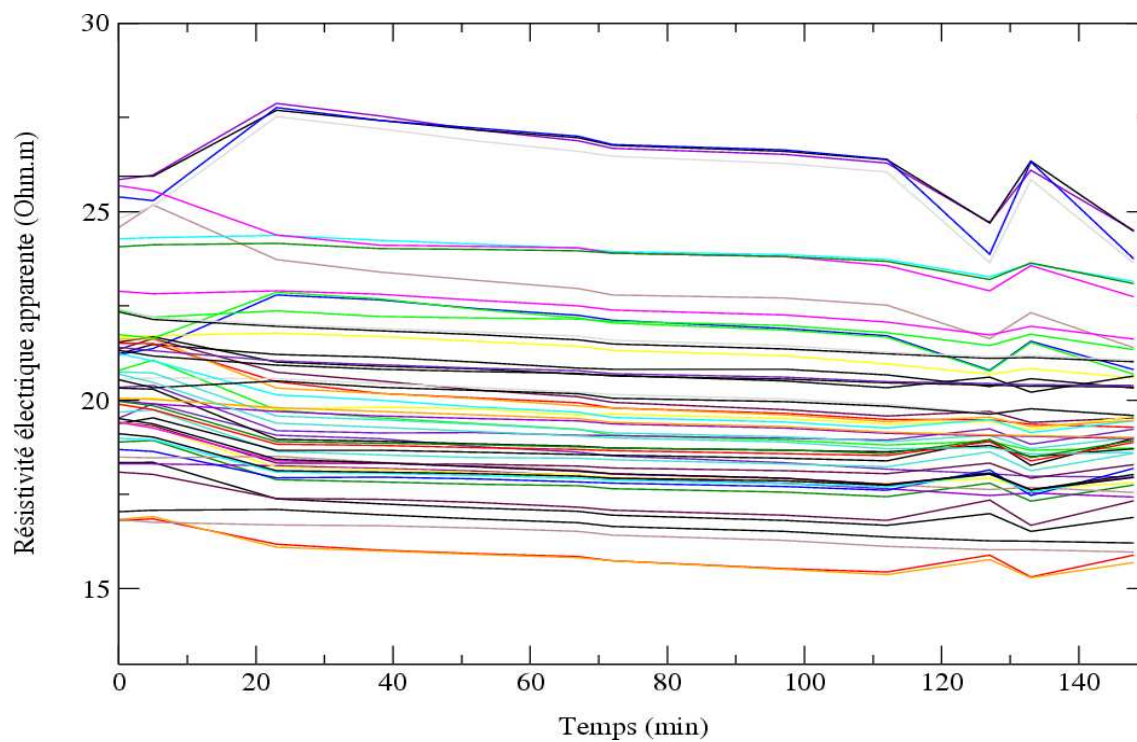


Figure 21. Résistivité électrique apparente des 54 quadripôles. Grignon 31-03-08, matin.

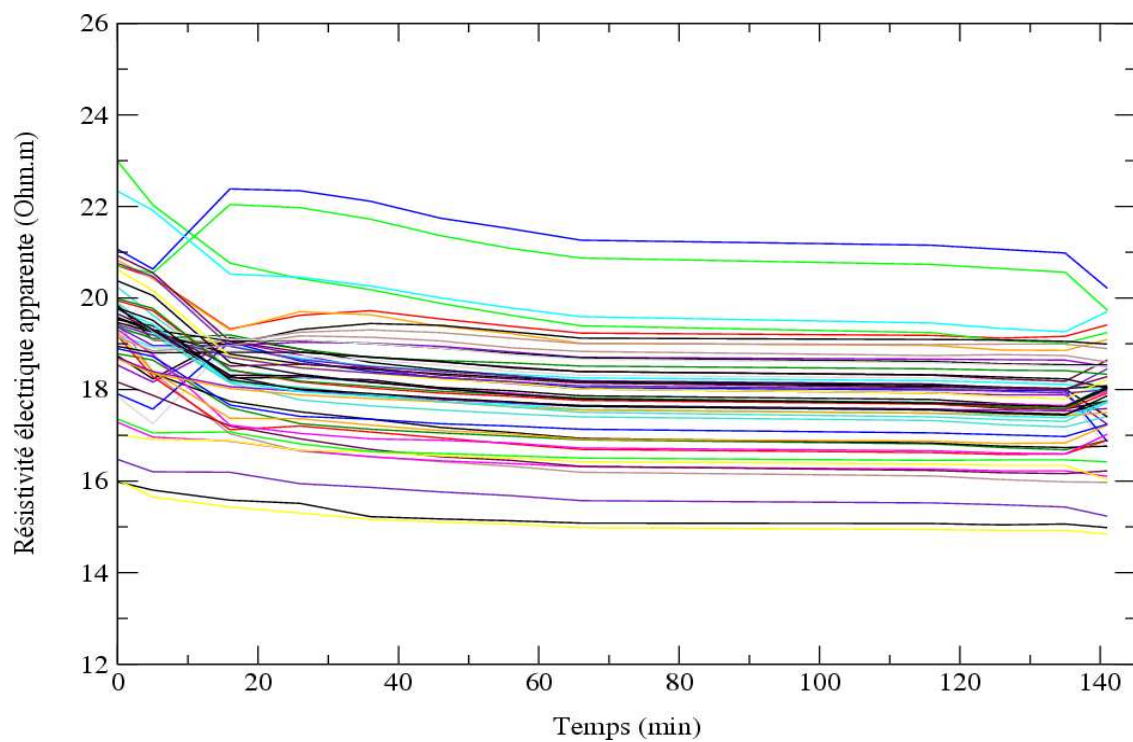


Figure 22. Résistivité électrique apparente des 54 quadripôles. Grignon 31-03-08, après-midi.

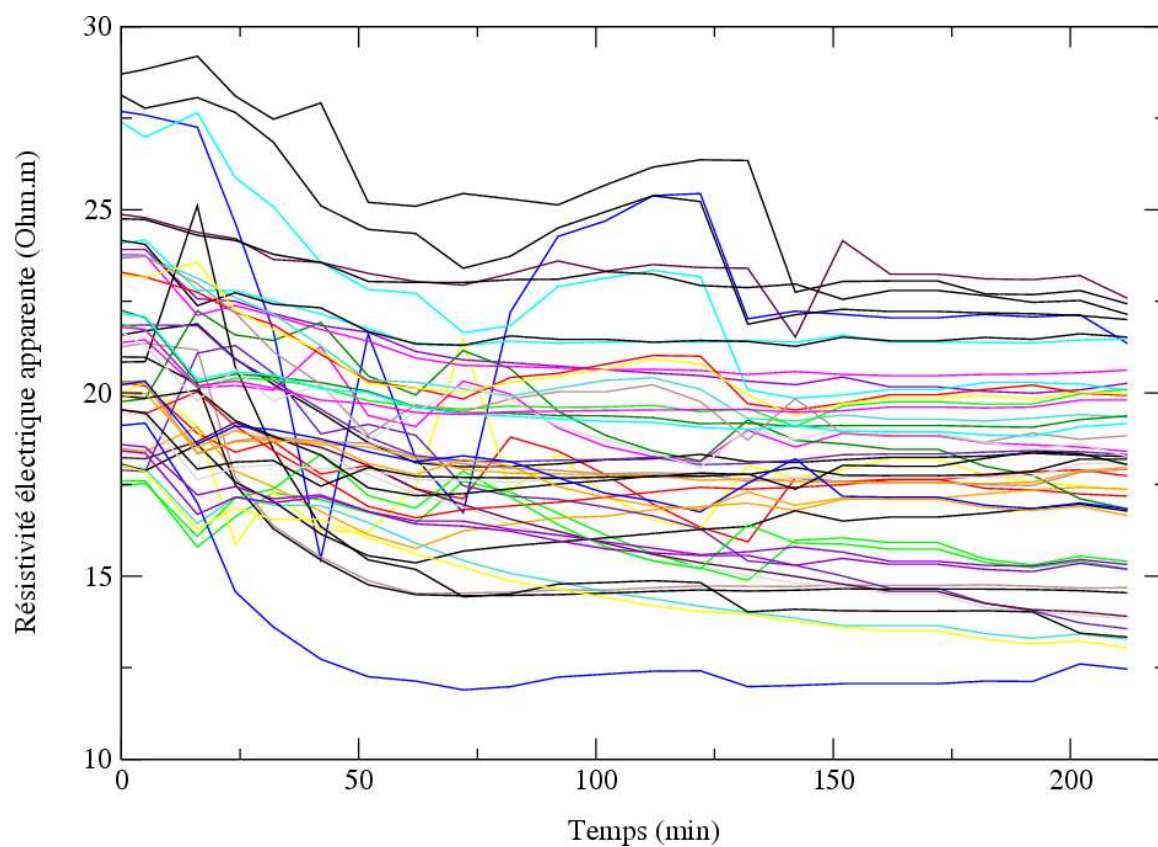


Figure 23. Résistivité électrique apparente des 54 quadripôles. Grignon 26-06-08.

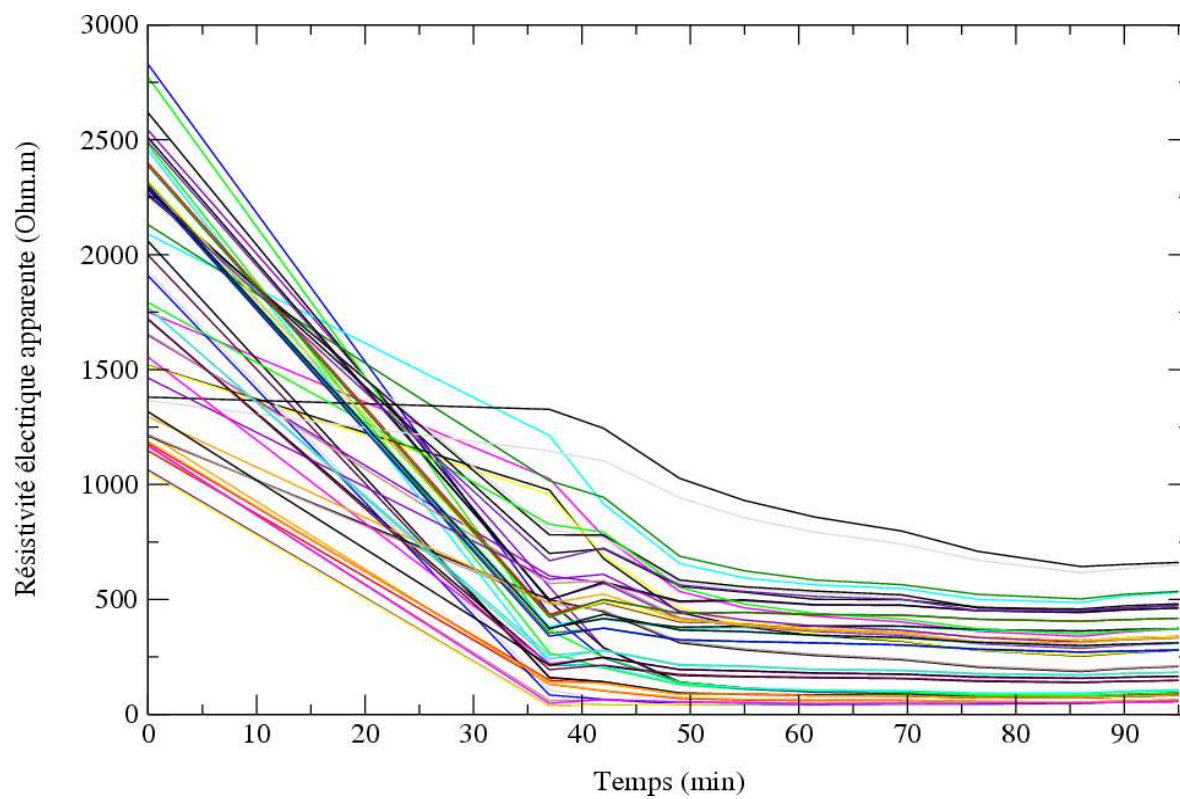


Figure 24. Résistivité électrique apparente des 54 quadripôles. Cernay 17-10-07.

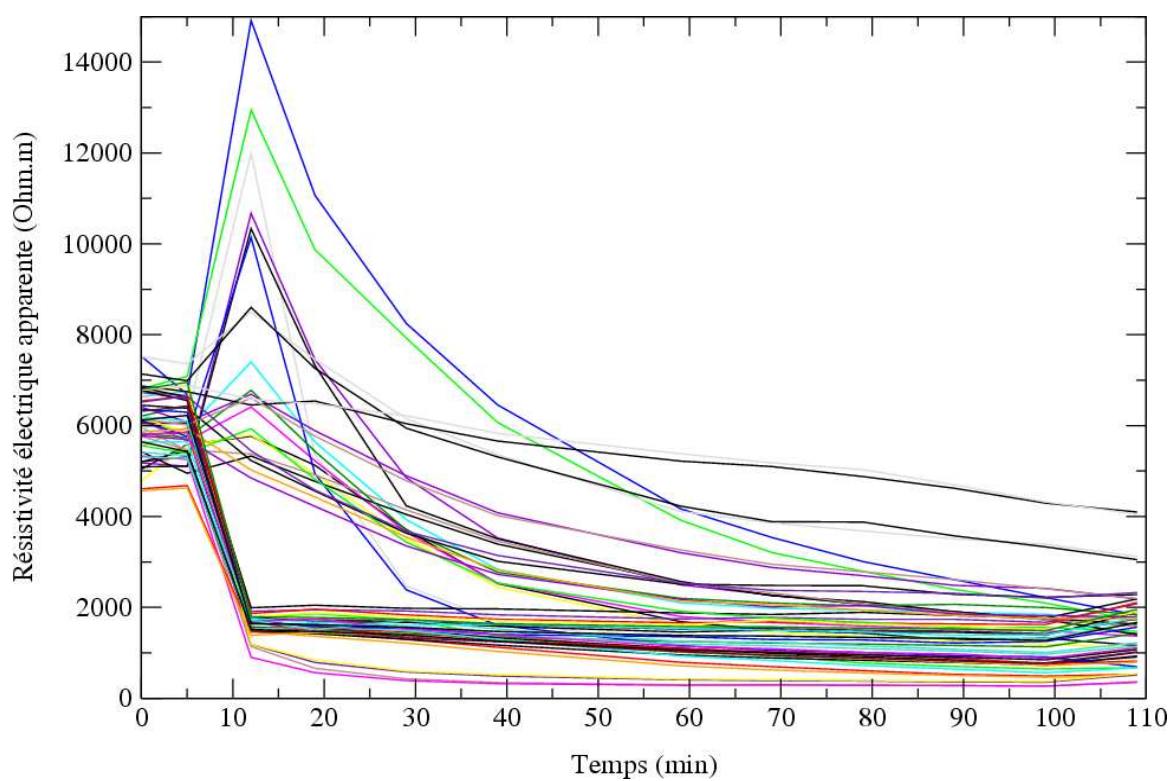


Figure 25. Résistivité électrique apparente des 54 quadripôles. Cernay 10-04-08.

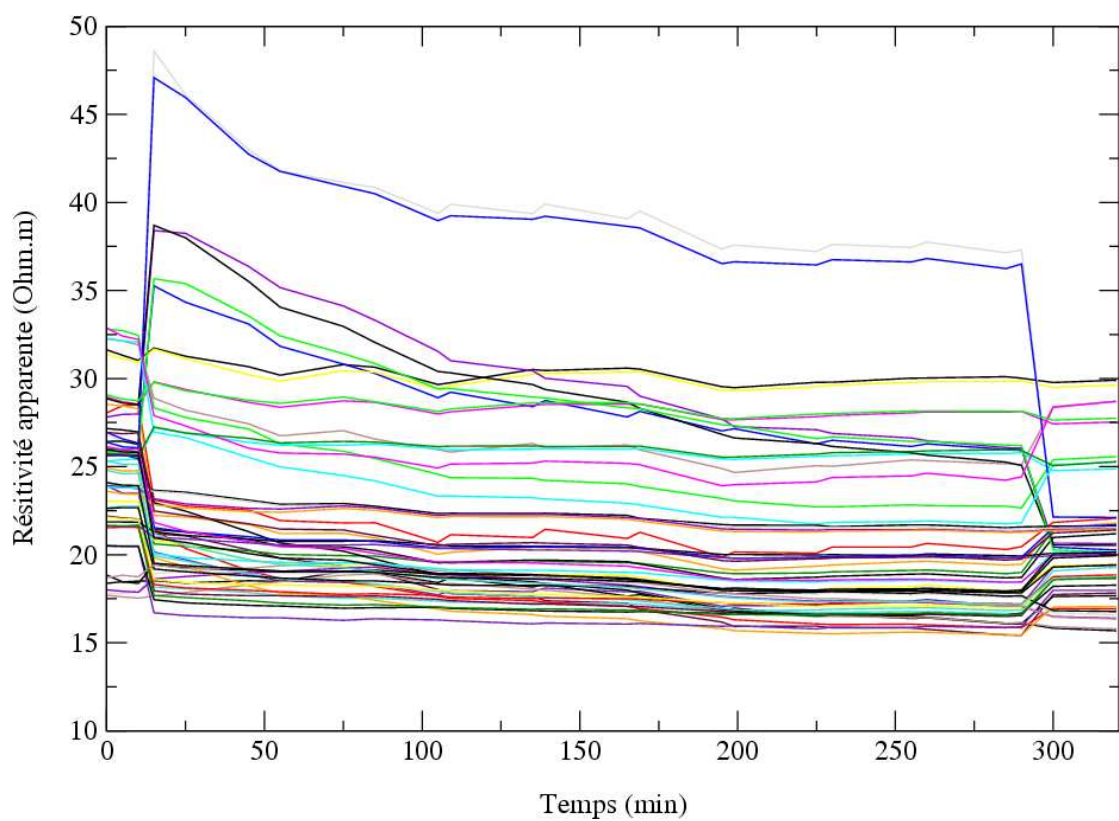


Figure 26. Résistivité électrique apparente des 54 quadripôles. Rambouillet 16-10-07.

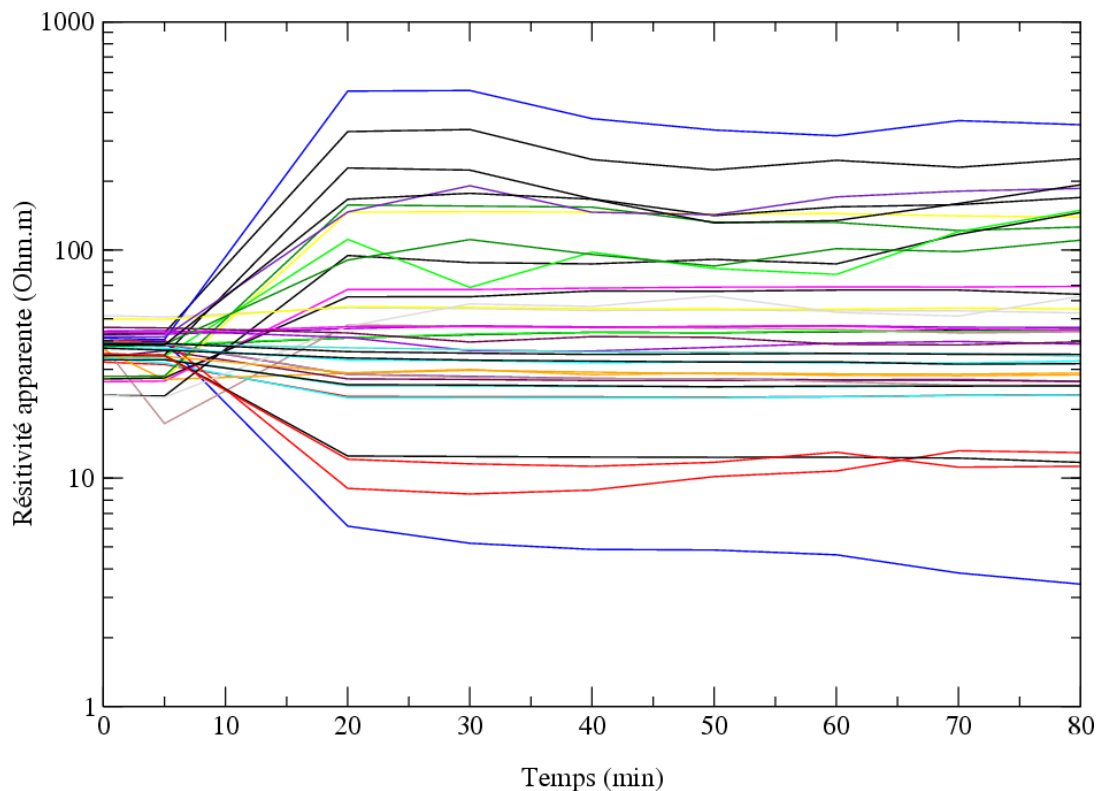


Figure 27. Résistivité électrique apparente des 39 quadripôles. Rambouillet 19-06-08. (15 quadripôles sont non utilisables car les erreurs de mesures sont trop importantes)

3.2.2.2. État transitoire

Pour toutes les expériences, dès le début de l'infiltration, l'évolution de la résistivité électrique apparente est brutale. Certains quadripôles enregistrent une baisse ou une hausse de la résistivité électrique apparente selon que leur sensibilité est positive ou négative par rapport à l'anomalie (c'est-à-dire le bulbe d'infiltration) qui se développe. En effet, il existe des zones de sensibilité négative dans le cas des dispositifs gradient et dipôle-dipôle.

A Grignon, si l'on compare les mesures réalisées le 18 et le 19 juillet 2007 (Figure 17 et Figure 18 respectivement), on observe le 19-07-07, alors que l'eau d'infiltration est plus minéralisée, une allure voisine de celle du 18-07-07, avec toutefois, pour certains quadripôles, une amplitude supérieure dans les contrastes de résistivité électrique apparente. Le 19-07-07, la résistivité électrique apparente initiale, comme pour le 18-07-07, est voisine de 13 $\Omega.m$,

mais la gamme de variation est cette fois plus large (2,5 – 32 $\Omega.m$ contre une gamme 7-17 $\Omega.m$ pour le 18-07-07).

L'expérience du 27-09-07 réalisée sur le sol de Grignon, qui comporte deux phases d'infiltration distinctes séparées d'une pause pendant laquelle l'infiltromètre a été rempli à nouveau (Figure 19), montre bien l'effet de la minéralisation de l'eau : l'amplitude des variations de résistivité électrique apparente est plus importante lors de la seconde phase qui correspond à l'infiltration de l'eau plus conductrice. Lors des 2 arrêts de l'infiltration, entre les temps 142 min à 167 min, et après 272 min, on observe un saut de sens contraire au saut initial. Plusieurs explications peuvent être mises en avant pour expliquer ces sauts :

1. On pourrait penser que ces sauts sont causés par un effet électrocinétique. Cependant, un champ électrocinétique, qui, en théorie, doit bien exister, n'est peut être pas visible, car l'intensité du champ électrique ainsi créée est trop faible par rapport au champ électrique artificiel résultant de l'injection.
2. La présence de l'infiltromètre pourrait modifier, par sa seule présence, les lignes de champ du courant électrique. Même pour les expériences où les pièces métalliques ont été remplacées par des pièces isolantes, la présence de l'infiltromètre et de l'eau contenue à l'intérieur, peut être une cause de ces variations brutales. Ainsi, lors de sa pose et de son retrait, il y aurait une variation brusque.
3. La «désaturation» du milieu peut expliquer également le saut inverse. Le retrait de l'infiltromètre fait se vider très rapidement les macropores remplis d'eau et déclenche ainsi une baisse rapide de la teneur en eau.

Il est possible que les phénomènes 2 et 3 se combinent.

L'expérience du 26-10-07 montre, aux instants initiaux qui précèdent l'infiltration, une variabilité importante des valeurs de résistivité électrique apparente (Figure 20), alors que, pour toutes les autres expériences, les mesures initiales montrent des résultats très proches. Peut-être que ce jour là, le prélèvement des cylindres (destinés à la teneur en eau initiale du sol), a perturbé les premières mesures de résistivité électrique.

Les expériences du 31-03-08 réalisées sur le sol de Grignon montrent des variations de résistivité électrique apparente au cours de l'infiltration beaucoup plus faibles que les précédentes (Figures 21 et 22) qui s'expliquent par des teneurs en eau initiales très élevées ($\theta_i=0,36 \text{ cm cm}^{-3}$).

L'expérience réalisée sur le sol de Cernay le 17-10-07 (Figure 24) pose plusieurs problèmes : Les valeurs de résistivité électrique apparente calculées grâce aux 54 quadripôles avant

l'infiltration sont très dispersées (coefficient de variation μ/σ égal à 0,26) (Tableau 11). Lors de l'infiltration, les valeurs de résistivité électrique apparente sont décroissantes tout au long de l'infiltration pour tous les quadripôles (pas de saut positif de la valeur de résistivité électrique apparente au début de l'infiltration), ce qui n'est le cas pour aucune des autres expériences. Ce résultat inattendu s'accorde cependant avant l'observation selon laquelle l'eau s'est infiltrée extrêmement rapidement, en dépit d'un potentiel bas imposé (-14 cm). Une fuite à la base de l'infiltromètre pourrait en être la cause.

A Cernay, lors de l'expérience du 10-04-08, les valeurs de résistivité électrique apparente initiale sont nettement moins dispersées qu'elles ne l'étaient le 17-10-07 (coefficient de variation μ/σ égal à 0,13). La résistivité électrique apparente décroît très rapidement dès les premières minutes d'infiltration (Figure 25). La décroissance est ensuite nettement plus faible (à partir de 12 min). Il n'était pas possible d'obtenir une infiltration plus lente car le potentiel imposé (-15 cm) est le plus faible potentiel que l'on puisse obtenir avec notre matériel. Cependant on peut imaginer que si l'on avait infiltré une eau beaucoup moins conductrice, l'évolution des valeurs de résistivité électrique apparente aurait été moins marquée.

A Rambouillet, le 16-10-07, on a observé comme à Grignon, un saut très marqué des valeurs de résistivité électrique apparentes dès le début de l'infiltration et un saut de sens contraire à la fin de l'infiltration (Figure 26). Cependant, pour certains quadripôles, les valeurs n'évoluent presque pas au cours de l'infiltration. Les quadripôles concernés ont des écartements très larges.

A Rambouillet, le 19-06-08, la qualité des mesures de résistivité électrique obtenues est très médiocre, c'est-à-dire que les valeurs mesurées par 15 quadripôles sont inutilisables car la variabilité sur la mesure est trop importante (en effet chaque mesure est répétée plusieurs fois afin d'obtenir une moyenne). Il est probable que ce problème d'extrême variabilité de la mesure (liée donc au dispositif expérimental) soit imputable à l'appareil. En effet ce jour là, alors que notre résistivimètre habituel était en réparation, nous avons utilisé un autre résistivimètre. Néanmoins, les mesures de résistivité électrique apparente obtenues montrent une évolution très particulière : certains quadripôles voient leur valeur décroître ou augmenter de façon vertigineuse (Figure 27), alors que pour d'autre cette valeur n'évolue quasiment pas lors de l'infiltration (les valeurs qui n'évoluent que très peu correspondent à des quadripôles aux grands écartements, dont la mesure est peu sensible à la faible quantité d'eau infiltrée). Comme dans le cas de Cernay, l'évolution est très importante dans les premières minutes, et

ralentit nettement par la suite. Cependant, le volume infiltré est dans le cas du sol argileux de Rambouillet beaucoup plus faible.

Des informations sur la sensibilité des différents quadripôles seront apportées lors de l'interprétation des inversions numériques. En effet lors de l'optimisation des valeurs de sensibilité des mesures sont calculées par PEST, ce qui donne directement une information sur la sensibilité du modèle aux différents quadripôles utilisés.

3.2.3. Courbes de teneur en eau

Le sol de Grignon montre une courbe de teneur en eau volumique avec une pente assez constante (Figure 28) typique des sols limoneux.

- A pF 4,2, il reste, en volume, encore 19 % d'eau.
- La pente est très douce (paramètre n proche de 1,1)
- La teneur en eau volumique à saturation à pF 1 est environ égale à 0,38.

Les courbes de teneur en eau réalisées sur les échantillons du sol de Cernay (9 échantillons) montrent une allure typique de sols sableux (Figure 29) :

- faible teneur en eau aux états secs : à partir de pF 2,5, le sable contient en volume moins de 5 % d'eau.
- cassure de la courbe assez franche aux alentours de pF 2 (-100 cm).
- teneur en eau à saturation proche de 45 %.

Pour le sol argileux de Rambouillet, l'ensemble des courbes (6 échantillons) montre une allure typique des sols argileux (Figure 30) :

- teneur en eau élevée aux états secs : à pF 4,2, le sol contient en volume encore environ 22 % d'eau.
- augmentation douce de la teneur en eau avec l'augmentation du potentiel jusqu'à une valeur de 35 % aux alentours de pF 2 (-100 cm).

Par ailleurs, entre pF 1 et la saturation, il y a une évolution de la teneur en eau volumique, ce qui signifie, que le sol contient des pores de diamètre équivalent supérieur à 300 μm .

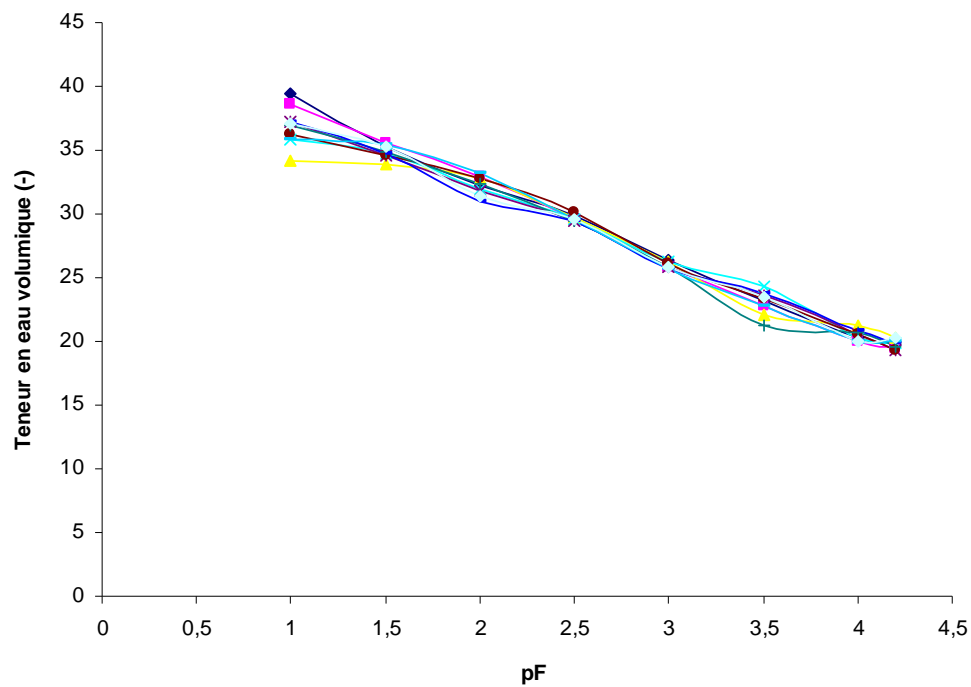


Figure 28. Courbes de teneur en eau volumique. Grignon. 10 échantillons.

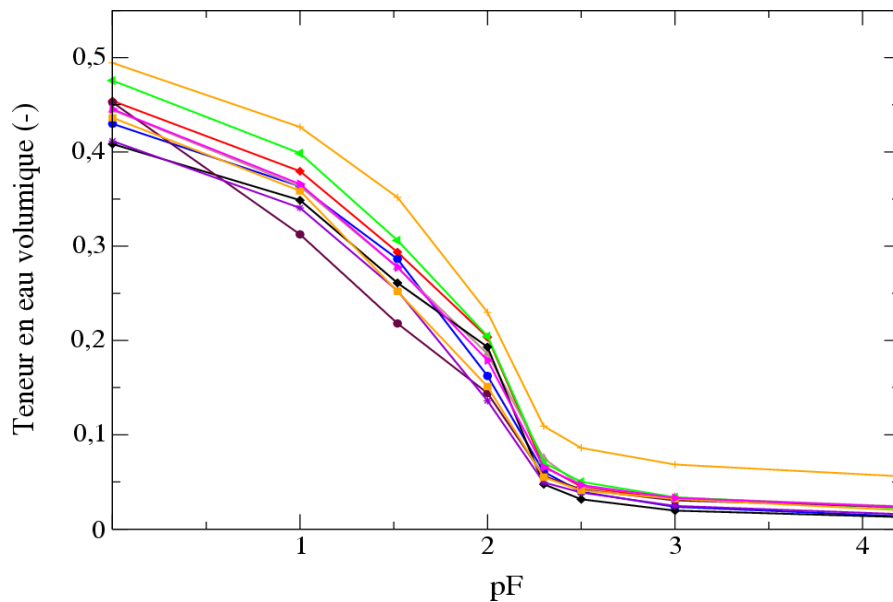


Figure 29. Courbes de teneur en eau volumique. Cernay. 9 échantillons.

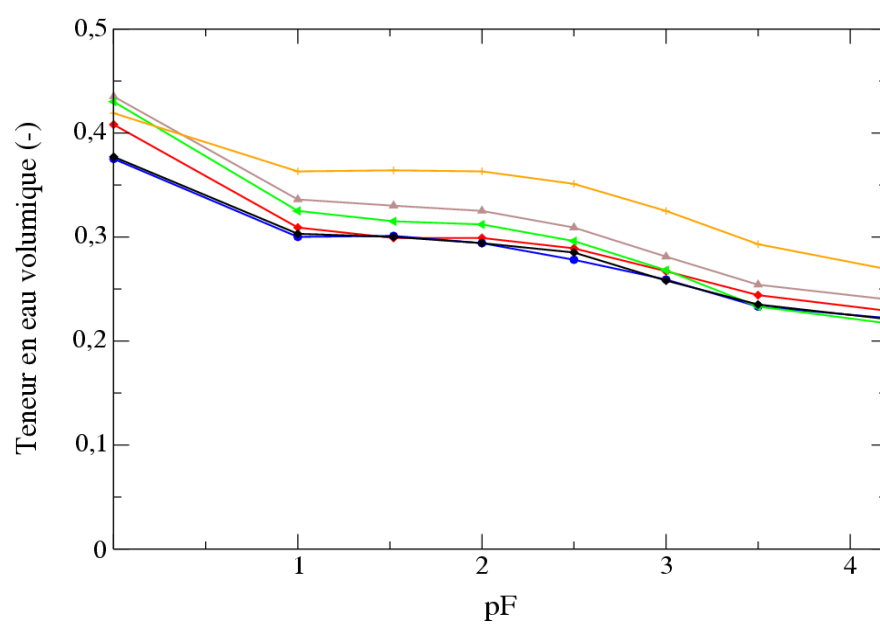


Figure 30. Courbes de teneur en eau volumique. Rambouillet. 6 échantillons.

3.3. Résultats des inversions des paramètres hydrodynamiques

Comme il a été constaté que les mesures sont entachées d'un effet lié à l'inhomogénéité du sol, on a décidé de travailler en «time-lapse», c'est-à-dire que c'est le rapport entre la valeur à un instant donné et la valeur de résistivité électrique initiale qui est utilisée. En travaillant ainsi, on s'affranchit en grande partie des erreurs liées à l'inhomogénéité du sol et au système électrique (imprécision dans la localisation 3D des électrodes).

3.3.1. Sol limoneux : Grignon

Pour le sol de Grignon, on dispose de trois expériences correctes qui permettent de tenter une inversion des paramètres. Ce sont les expériences du 26-10-07 (Expérience 1 - E1), du 31-03-08 matin (Expérience 2 - E2), et du 26-06-08 (Expérience 3 - E3).

3.3.1.1. Valeur de la fonction objective et RMSE

Les valeurs de la fonction objective sont comprises pour les 4 scénarios des 3 expériences dans l'intervalle [0,22 – 4,09] ce qui est assez semblable aux valeurs obtenues lors des expérimentations numériques (Tableaux 12, 13 et 14). On constate que pour E1, ces valeurs sont les plus élevées, et sont comprises entre 2,9 et 4,09, que, pour E2, les valeurs de la fonction objective sont comprises entre 0,22 et 0,25, alors que, pour E3, les valeurs de la fonction objective sont comprises entre 1,00 et 1,18. Le fait que θ_r soit optimisé ou non n'a pas de conséquence sur ces valeurs, excepté pour E1 quand on ajuste D et R . Pour E2 et E3, l'optimisation de D et R n'influe pas sur la valeur de la fonction objective.

Si l'on compare les RMSE obtenues lors des expérimentations numériques sur le sol limoneux, les valeurs obtenues sont très voisines de celles obtenues sur le terrain (sol de Grignon). Pour les 4 scénarios de E1, la RMSE est comprise entre 4,92 % et 6,72 %. Pour E2, la RMSE est comprise entre 2,10 % et 2,50 %, alors que, pour E3, la RMSE est comprise entre 5,49 % et 6,09 %.

Tableau 12. Résultats des estimations pour les 4 scénarios du sol de Grignon, le 26-10-07

	Valeur des paramètres et intervalle de confiance à 95%									FO	RMSE (%)
	θ_r (cm ³ cm ⁻³)	θ_s (cm ³ cm ⁻³)	α (cm ⁻¹)	n	K_s (cm min ⁻¹)	A	B	D (cm)	R		
Initial	0,000	0,430	0,036	1,560	0,036	1,403	-0,064	-	1	3,04	4,87
Optimisés	-	0,416	0,049	1,120	0,094	1,294	0,381	-	-		
Limite inf.	-	0,393	0,018	1,075	0,018	-17,140	-4,993	-	-		
Limite sup.	-	0,439	0,137	1,164	0,489	19,731	5,755	-	-		
Initial	0,050	0,430	0,036	1,560	0,036	1,403	-0,064	-	1	3,01	4,75
Optimisés	0,144	0,412	0,053	1,188	0,052	1,379	0,341	-	-		
Limite inf.	-0,080	0,386	0,007	1,047	0,006	-19,983	-4,905	-	-		
Limite sup.	0,368	0,438	0,377	1,329	0,427	22,741	5,587	-	-		
Initial	0,000	0,430	0,036	1,560	0,036	1,403	-0,064	4,000	2,000	2,90	4,92
Optimisés	-	0,406	0,039	1,111	0,079	1,252	0,740	1,310	1,255		
Limite inf.	-	0,349	0,003	1,040	0,003	-12,854	-7,292	0,002	0,157		
Limite sup.	-	0,463	0,449	1,183	2,022	15,358	8,771	733,290	2,353		
Initial	0,050	0,430	0,036	1,560	0,036	1,403	-0,064	4,000	2,000	4,09	6,72
Optimisés	0,170	0,380	0,057	1,161	0,077	1,141	1,025	1,123	1,591		
Limite inf.	-0,018	0,335	0,022	1,047	0,066	-2,470	-0,920	0,288	0,802		
Limite sup.	0,358	0,425	0,147	1,276	0,089	4,752	2,970	4,390	2,380		

Tableau 13. Résultats des estimations pour les 4 scénarios du sol de Grignon, le 31-03-08 matin

	Valeur des paramètres et intervalle de confiance à 95%									FO	RMSE (%)
	θ_r (cm ³ cm ⁻³)	θ_s (cm ³ cm ⁻³)	α (cm ⁻¹)	n	K_s (cm min ⁻¹)	A	B	D (cm)	R		
Initial	0,000	0,430	0,036	1,560	0,036	1,403	-0,064	-	1	0,25	2,50
Optimisés	-	0,386	0,032	1,155	0,031	1,390	-0,276	-	-		
Limite inf.	-	0,382	0,023	1,105	0,018	-4,270	-1,388	-	-		
Limite sup.	-	0,389	0,045	1,206	0,056	7,050	0,836	-	-		
Initial	0,050	0,430	0,036	1,560	0,036	1,403	-0,064	-	1	0,23	2,28
Optimisés	0,245	0,387	0,082	1,284	0,028	1,395	-0,231	-	-		
Limite inf.	0,010	0,376	0,029	0,634	0,001	-4,699	-1,274	-	-		
Limite sup.	0,479	0,395	0,229	1,935	1,063	7,489	0,811	-	-		
Initial	0,000	0,430	0,036	1,560	0,036	1,403	-0,064	4,000	2,000	0,23	2,35
Optimisés	-	0,385	0,055	1,096	0,100	1,752	-0,026	7,129	1,291		
Limite inf.	-	0,376	0,022	1,066	0,038	-14,797	-0,485	0,800	1,062		
Limite sup.	-	0,395	0,133	1,127	0,262	18,301	0,434	63,543	1,521		
Initial	0,050	0,430	0,036	1,560	0,036	1,403	-0,064	4,000	2,000	0,22	2,10
Optimisés	0,079	0,378	0,009	1,145	0,010	1,770	-0,184	7,947	1,375		
Limite inf.	-0,175	0,373	0,002	1,093	0,003	-26,625	-1,360	4,574	1,174		
Limite sup.	0,333	0,382	0,030	1,197	0,033	30,165	0,992	13,805	1,576		

Tableau 14. Résultats des estimations pour les 4 scénarios du sol de Grignon, le 26-06-08

	Valeur des paramètres et intervalle de confiance à 95%									FO	RMSE (%)
	θ_r (cm ³ cm ⁻³)	θ_s (cm ³ cm ⁻³)	α (cm ⁻¹)	n	K_s (cm min ⁻¹)	A	B	D (cm)	R		
Initial	0,000	0,430	0,036	1,560	0,036	1,403	-0,064	-	1	1,00	5,49
Optimisés	-	0,305	0,023	1,065	0,137	1,190	0,025	-	-		
Limite inf.	-	0,298	0,005	1,022	0,002	-11,566	-0,185	-	-		
Limite sup.	-	0,313	0,340	1,109	9,159	13,946	0,235	-	-		
Initial	0,050	0,430	0,036	1,560	0,036	1,403	-0,064	-	1	1,03	5,65
Optimisés	0,043	0,311	0,024	1,090	0,096	1,420	0,074	-	-		
Limite inf.	0,030	0,294	0,004	1,058	0,007	-1,957	-0,055	-	-		
Limite sup.	0,057	0,329	0,158	1,121	1,258	4,795	0,203	-	-		
Initial	0,000	0,430	0,036	1,560	0,036	1,403	-0,064	1,000	2,000	1,18	6,09
Optimisés	-	0,349	0,044	1,154	0,101	2,268	0,089	0,627	0,845		
Limite inf.	-	0,307	0,016	1,098	0,038	-44,200	-1,709	-2,109	0,658		
Limite sup.	-	0,391	0,119	1,209	0,268	48,739	1,886	3,362	1,032		
Initial	0,050	0,430	0,036	1,560	0,036	1,403	-0,064	4,000	2,000	1,08	5,80
Optimisés	0,100	0,340	0,053	1,173	0,112	1,002	0,001	4,490	0,791		
Limite inf.	0,091	0,308	0,016	1,092	0,014	-6,046	-0,016	0,386	0,570		
Limite sup.	0,109	0,373	0,176	1,255	0,890	8,050	0,018	52,294	1,011		

Ces similitudes d'ordre de grandeur des valeurs de la fonction objective et de la RMSE, entre les expériences de terrain et les expériences numériques, semblent indiquer, à première vue, que les erreurs simulées lors des expériences numériques ont été choisies convenablement dans le but d'imiter des expériences réelles.

3.3.1.2. Estimations des paramètres et intervalles de confiance

Si l'on regarde dans le détail, il apparaît que l'intervalle de confiance à 95 % délivré par PEST est très variable selon le paramètre, l'expérience et le scénario :

. θ_r

Les intervalles de confiances sont extrêmement variables pour ce paramètre : Pour E1, les intervalles sont très importants $[-0,08 - 0,368]$ et $[-0,018 - 0,358]$ pour les scénarios 2 et 4 respectivement) tout comme pour E2 $[0,01 - 0,479]$ et $[-0,175 - 0,333]$ pour les scénarios 2 et 4 respectivement), alors que, pour E3, les intervalles de confiance sur θ_r sont très restreints $[0,03 - 0,057]$ et $[0,091 - 0,109]$ pour les scénarios 2 et 4 respectivement). Ces résultats sont cohérents avec les coefficients de corrélation impliquant θ_r qui sont élevés lors de E1 et E2 (à l'exception du scénario 4) et faibles lors de E3 (Tableaux 16, 17, 18).

. θ_s

Pour toutes les expériences, les intervalles délivrés par PEST sur ce paramètre sont étroits. Par exemple, lors de E1, pour le scénario 1, l'intervalle de confiance est $[0,393 - 0,439]$. Dans le cas de l'expérience E2, pour le scénario 1, cet intervalle est encore plus étroit $[0,382 - 0,389]$. En revanche l'optimisation de D et R conduit pour E1 et E3 à un élargissement de l'intervalle (par exemple, pour le scénario 4, ces intervalles valent $[0,335 - 0,425]$ et $[0,308 - 0,373]$ respectivement) ce qui n'est pas le cas lors de E2 $[0,373 - 0,382]$ pour le scénario 4).

θ_s est optimisé à une valeur voisine de $0,40 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3}$ pour E1 (relativement invariante selon le scénario), et à une valeur de $0,38 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3}$ pour E2 (complètement invariante selon le scénario). Pour E3, θ_s est optimisé à une valeur de $0,31 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3}$ pour les scénarios 1 et 2, et à une valeur de $0,345 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3}$ pour les scénarios 3 et 4.

. α

La gamme d'intervalles de confiance pour ce paramètre est très variable : dans certains cas, les limites sont à environ $\pm 50\%$ de la valeur du paramètre (par exemple dans le cas du scénario 1 de E2), alors que dans d'autres cas les limites sont à \pm un ordre de grandeur de la valeur du paramètre (scénarios 2 et 3 de E1). Dans le cas où α est estimé avec une large incertitude, on observe de hautes corrélations avec K_s (par exemple 0,998 et 0,981 pour les scénarios 1 et 2 de E3 respectivement).

En comparant au sein d'une même expérience les valeurs obtenues, on observe que :

- pour E1, les valeurs obtenues pour les 4 scénarios sont comprises entre $0,039\text{ cm}^{-1}$ et $0,057\text{ cm}^{-1}$,
- pour E2, les valeurs obtenues pour les 4 scénarios sont comprises entre $0,009\text{ cm}^{-1}$ et $0,082\text{ cm}^{-1}$ (pour les scénarios 4 et 2 respectivement),
- pour E3, les valeurs obtenues pour les 4 scénarios sont comprises entre $0,023\text{ cm}^{-1}$ et $0,053\text{ cm}^{-1}$.

A l'exception des scénarios 2 et 4 de E2, toutes les optimisations (ce qui représente donc 10 scénarios) mènent vers une valeur de α comprise entre $0,023\text{ cm}^{-1}$ et $0,057\text{ cm}^{-1}$.

Ces valeurs s'accordent bien avec celle de Coquet et al. (2005c) qui estiment que α est égal à $0,035\text{ cm}^{-1}$. Ce résultat est important car il montre qu'en dépit du fait que les expériences ont eu lieu à des dates différentes, à des endroits différents sur la parcelle, et avec des valeurs de teneur en eau initiale différentes, le paramètre α est estimé à une valeur relativement invariante.

. K_s

La gamme d'intervalles de confiance sur K_s est, comme pour α très variable. Par exemple pour le scénario 2 et 4 de E1 les intervalles valent $[0,006 - 0,427]$ et $[0,066 - 0,089]$, respectivement. Les valeurs estimées lors de ces 2 scénarios sont $0,052\text{ cm.min}^{-1}$ et $0,077\text{ cm.min}^{-1}$.

En comparant au sein d'une même expérience les valeurs obtenues lors des 4 scénarios, on observe que :

- pour E1, les valeurs obtenues pour les 4 scénarios sont comprises entre $0,052\text{ cm.min}^{-1}$ et $0,094\text{ cm.min}^{-1}$,

- pour E2, les valeurs obtenues pour les 4 scénarios sont comprises entre 0,010 cm.min⁻¹ et 0,100 cm.min⁻¹ (ces deux valeurs extrêmes étant obtenues pour les scénarios 3 et 4 alors que les scénarios 1 et 2 montrent des valeurs beaucoup plus proches l'une de l'autre),
- pour E3, les valeurs obtenues pour les 4 scénarios sont comprises entre 0,096 cm.min⁻¹ et 0,137 cm.min⁻¹.

Les différences obtenues ainsi au niveau de la conductivité hydraulique à saturation peuvent s'expliquer par la variabilité spatiale de cette propriété du sol. En effet, des coefficients de variation pour K_s compris entre 35% to 135% sont usuels (McBratney and Mulla, 2002).

Par ailleurs les valeurs obtenues sont largement inférieures à celle mesurée par Coquet et al. (2005c) qui obtiennent à l'aide d'un cylindre soumis à évaporation (méthode WIND) une valeur de K_s égale à 0,493 cm.min⁻¹ (Tableau 15). Ce résultat peut être attribué à la différence de méthode employée (évaporation/infiltration, laboratoire/*in situ*).

. n

A l'exception du scénario 2 de E2, les intervalles de confiance sur l'estimation de n sont toujours très étroits (environ ± 10 % de la valeur du paramètre) et la valeur obtenue est invariablement voisine de 1,1, qui est la valeur estimée par Coquet et al., (2005c) (Tableau 15). Comme pour α , ceci conforte la confiance que l'on peut avoir dans ces résultats et plus généralement dans la méthode.

Tableau 15. Valeurs des paramètres estimés à partir de méthodes différentes

Sol	Méthode	θ_r (cm ³ cm ⁻³)	θ_s (cm ³ cm ⁻³)	α (cm ⁻¹)	n	K_s (cm min ⁻¹)
limoneux (Grignon)	Preses de Richards	0,000	0,377	0,035	1,104	-
	Wind (Coquet et al, 2005)	-	-	-	-	0,493
sableux (Cernay)	Preses de Richards (10/04/2008)	0,014	0,404	0,020	2,312	-
	Multipotentiel	-	-	-	-	0,185
argileux (Rambouillet)	Preses de Richards	0,217	0,321	0,003	1,507	-
	(16/10/2007)					-

. *A* et *B*

Les valeurs optimisées de ces paramètres montrent de grandes différences en fonction de l'expérience (surtout pour *B* dont la valeur varie entre $-0,276$ et $1,025$). Le paramètre *A* est estimé selon les scénarios et les expériences avec des intervalles de confiance très variables ($-26,6 - 30,1$ pour le scénario 4 de E2 ou $-2,0 - 4,8$ pour le scénario 2 de E3). Les intervalles de confiance sur *B* sont environ à $\pm 1000\%$ de la valeur du paramètre. Manifestement la confiance que l'on peut avoir dans l'estimation de *A* et *B* est très limitée. Ces résultats coïncident avec ceux de la partie 2, et à la vue de l'estimation des paramètres de Mualem-van Genuchten, il semble que des conclusions similaires s'imposent, à savoir, que l'optimisation de *A* et *B*, même incorrecte, ne nuit pas à l'obtention de paramètres hydrodynamiques corrects

. *D*

Pour les expériences E1 et E2, les scénarios 3 et 4 montrent des estimations très proches (donc le fait d'estimer θ_r n'a que peu d'impact sur l'estimation de *D*). En revanche les valeurs obtenues sont très différentes en fonction de l'expérience (*D* vaut $1,31$ cm et $1,23$ cm pour les scénarios 3 et 4 de E1, alors que *D* vaut $7,13$ cm et $7,95$ cm pour les scénarios 3 et 4 de E2). Bien que ces valeurs soient dans l'ordre de grandeur attendu, il est difficile de juger de leur pertinence car nous n'avons pas de mesures alternatives à comparer. Toutefois, les intervalles de confiance sont importants.

Pour l'expérience E3, les valeurs obtenues pour les scénarios 3 et 4 sont très contrastées ($0,63$ cm et $4,49$ cm respectivement), et de plus les intervalles de confiance sont à nouveau très larges. L'estimation de ce paramètre n'est donc pas satisfaisante pour cette expérience et, dans une plus large mesure, semble peu fiable.

. *R*

L'optimisation de *R* semble plus convaincante que celle de *D*, car les intervalles de confiance sont nettement plus étroits. Ainsi, pour les scénarios 3 et 4 de E1, ces intervalles sont $[0,16 - 2,35]$ et $[0,80 - 2,38]$, alors que, pour E2, ces mêmes intervalles sont $[1,06 - 1,52]$ et $[1,17 - 1,58]$, et que, pour E3, ils valent $[0,67 - 1,03]$ et $[0,57 - 1,01]$ respectivement.

Les valeurs estimées lors de ces 3 expériences sont assez peu différentes de 1 (pour $R=1$ la conductivité électrique de l'eau infiltrée est égale à celle de l'eau présente initialement dans le sol), ce qui a posteriori peut à la fois justifier le choix de ne pas optimiser *D* et *R* pour les scénarios 1 et 2, et en même temps pourrait expliquer que la dispersivité *D* est difficilement inversable. En effet, si l'on infiltre une eau dont la conductivité est identique à celle du sol,

alors aucun gradient de concentration ionique n'existe dans le sol, et donc il n'y aucune possibilité d'estimer la dispersivité.

3.3.1.3. Corrélations de paramètres

Les matrices de corrélations obtenues ont certaines similitudes avec celles obtenues lors des expériences numériques, en montrant des corrélations importantes entre K_s et α et entre A et B (Tableaux 16, 17 et 18).

On observe en général que plus le nombre de paramètres optimisés est important, moins les coefficients de corrélations sont élevés. Par exemple pour E3 (Tableau 18), alors que la corrélation entre α et K_s vaut 0.998 dans le cas du scénario 1, cette valeur décroît à 0,981 pour le scénario 2, à 0,983 pour le scénario 3, et à 0,943 pour le scénario 4. De même pour E1 (Tableau 16), le coefficient de corrélation entre A et B vaut 0,999 pour le scénario 2, et décroît à 0,956 pour le scénario 3, et à 0,469 pour le scénario 4.

Le paramètre θ_r montre parfois des corrélations non négligeables avec les paramètres α , n et K_s . Par exemple pour E1, pour les scénarios 2 et 4, le coefficient de corrélation entre θ_r et n vaut 0,871 et 0,768 respectivement.

Comme pour θ_r , la corrélation de θ_s avec les autres paramètres est assez variable selon les expériences et les scénarios. Alors que, pour E3 et pour le scénario 3, les coefficients de corrélation entre θ_s et α , θ_s et n , et θ_s et K_s valent respectivement 0,991, 0,964 et 0,954, ces mêmes coefficients ne valent que 0,642, 0,567 et 0,398 pour le scénario 3 de E1.

Les paramètres A et B ont des coefficients de corrélations importants entre eux, mais, en revanche, sont relativement indépendants des autres paramètres (avec α , n , θ_r , θ_s , K_s , D et R les coefficients de corrélations sont toujours inférieurs à 0,6).

Les valeurs des coefficients de corrélation impliquant les paramètres D et R sont comprises pour les 3 expériences (en valeur absolue) entre 0,004 et 0,862, ce qui indique des corrélations importantes quelquefois, mais n'interdit pas a priori une inversion correcte de leur valeur.

Tableau 16. Matrices des coefficients de corrélation des paramètres pour les 4 scénarios du sol de Grignon, le 26-10-07

Scénario 1	θ_s	α	n	K_s	A	B	D	R
θ_s		0,091	0,743	-0,184	-0,075	-0,036	-	-
α			-0,578	0,961	0,015	0,012	-	-
n				-0,780	-0,070	-0,038	-	-
K_s					0,035	0,022	-	-
A						0,999	-	-
Scénario 2	θ_s	α	n	K_s	A	B	D	R
θ_r	0,051	0,751	0,871	0,387	-0,025	-0,024	-	-
θ_s		0,334	0,264	0,223	-0,063	-0,019	-	-
α			0,463	0,882	-0,044	-0,034	-	-
n				-0,010	-0,030	-0,017	-	-
K_s					-0,033	-0,029	-	-
A						0,999	-	-
Scénario 3	θ_s	α	n	K_s	A	B	D	R
θ_s		0,642	0,567	0,398	0,073	-0,090	-0,330	-0,679
α			-0,263	0,959	0,083	0,005	-0,183	-0,362
n				-0,526	0,003	-0,119	-0,219	-0,466
K_s					0,073	0,040	-0,096	-0,181
A						0,956	-0,103	-0,143
B							0,145	0,145
D								0,862
Scénario 4	θ_s	α	n	K_s	A	B	D	R
θ_r	-0,466	0,759	0,768	-0,060	0,175	0,148	-0,437	0,095
θ_s		0,212	0,206	-0,267	0,207	-0,348	0,095	-0,699
α			0,994	-0,154	0,342	-0,096	-0,421	-0,405
n				-0,251	0,344	-0,089	-0,418	-0,401
K_s					-0,129	0,045	-0,004	0,221
A						0,469	-0,334	-0,556
B							-0,031	0,405
D								0,361

Tableau 17. Matrices des coefficients de corrélation des paramètres pour les 4 scénarios du sol de Grignon, le 31-03-08 matin

Scénario 1	θ_s	α	n	K_s	A	B	D	R
θ_s		0,578	0,734	-0,317	-0,209	0,244	-	-
α			-0,072	0,568	-0,003	0,030	-	-
n				-0,862	-0,285	0,304	-	-
K_s					0,233	-0,235	-	-
A						-0,999	-	-
Scénario 2	θ_s	α	n	K_s	A	B	D	R
θ_r	-0,239	-0,111	0,983	-0,929	-0,170	0,176	-	-
θ_s		0,942	-0,278	0,494	-0,023	0,193	-	-
α			-0,206	0,442	0,026	0,148	-	-
n				-0,969	-0,207	0,201	-	-
K_s					0,196	-0,146	-	-
A						-0,983	-	-
Scénario 3	θ_s	α	n	K_s	A	B	D	R
θ_s		0,934	0,271	0,676	0,071	-0,093	-0,259	-0,753
α			-0,077	0,891	0,080	-0,101	-0,203	-0,668
n				-0,520	-0,015	0,005	-0,170	-0,297
K_s					0,076	-0,089	-0,096	-0,436
A						-0,884	-0,078	-0,093
B							0,135	0,287
D								0,643
Scénario 4	θ_s	α	n	K_s	A	B	D	R
θ_r	-0,114	0,662	0,070	0,492	-0,292	0,326	-0,098	0,090
θ_s		0,597	0,307	0,447	-0,061	0,117	0,202	-0,228
α			-0,014	0,890	-0,292	0,354	0,176	-0,055
n				-0,460	0,056	-0,034	-0,259	-0,148
K_s					-0,271	0,317	0,294	0,003
A						-0,968	0,074	0,056
B							0,020	0,112
D								0,598

Tableau 18. Matrices des coefficients de corrélation des paramètres pour les 4 scénarios du sol de Grignon, le 26-06-08

Scénario 1	θ_s	α	n	K_s	A	B	D	R
θ_s		0,355	0,005	0,292	-0,060	0,170	-	-
α			-0,930	0,998	0,040	0,032	-	-
n				-0,953	-0,064	0,031	-	-
K_s					0,045	0,020	-	-
A						0,941	-	-
Scénario 2	θ_s	α	n	K_s	A	B	D	R
θ_r	0,162	0,276	0,155	0,240	0,078	0,049	-	-
θ_s		0,726	0,587	0,583	0,401	0,801	-	-
α			-0,095	0,981	0,309	0,483	-	-
n				-0,286	0,216	0,561	-	-
K_s					0,255	0,354	-	-
A						0,743	-	-
Scénario 3	θ_s	α	n	K_s	A	B	D	R
θ_s		0,991	0,964	0,954	0,018	0,033	-0,141	-0,677
α			0,932	0,983	0,019	0,033	-0,137	-0,670
n				0,852	0,020	0,033	-0,139	-0,660
K_s					0,017	0,032	-0,129	-0,642
A						0,997	0,079	-0,159
B							0,050	-0,124
D								-0,399
Scénario 4	θ_s	α	n	K_s	A	B	D	R
θ_r	0,110	0,544	-0,403	0,611	0,033	0,085	0,229	-0,131
θ_s		0,634	0,633	0,341	-0,217	-0,091	-0,151	-0,766
α			-0,191	0,943	-0,078	0,059	0,121	-0,454
n				-0,508	-0,196	-0,174	-0,322	-0,504
K_s					-0,002	0,111	0,215	-0,226
A						0,685	-0,142	0,280
B							0,001	0,193
D								-0,388

Optimiser ou ne pas optimiser θ_r ?

Les résultats sont mitigés :

- pour E1, si l'on compare les scénarios 1 et 2, il apparaît que la valeur optimisée des paramètres varie peu, excepté pour K_s , dont l'intervalle de confiance est plus étroit pour le scénario 1. Or la valeur de θ_r est très incertaine, donc dans ce cas il ne paraît pas judicieux d'optimiser θ_r . En revanche, si l'on compare les scénarios 3 et 4, les intervalles de confiance

sur les valeurs estimées des paramètres sont plus resserrés et ceci est particulièrement vrai pour K_s . Donc, pour inverser correctement les paramètres D et R , il se pourrait qu'il faille également inverser θ_r . En revanche l'estimation du paramètre lui-même est complètement incertaine, et les valeurs de FO et de la RMSE sont plus élevées pour le scénario 4 que pour le scénario 3.

- pour E2, si l'on compare les scénarios 1 et 2, il apparaît que les valeurs obtenues sont assez semblables excepté pour α qui vaut dans le scénario 2 une valeur différente de toutes les celles obtenues lors des autres expériences et scénarios ($0,082 \text{ cm}^{-1}$). Les résultats semblent moins bons ($n = 1,284$ est une valeur sensiblement différente de celles obtenues dans les autres scénarios et expériences) lorsque θ_r est optimisé. Si l'on observe les résultats du scénario 4, il semble que l'inversion de θ_r soit préjudiciable, car α et K_s sont optimisés à des valeurs très basses et largement différentes de celles obtenues par ailleurs.
- pour E3, dans le scénario 2, θ_r est optimisé avec un intervalle de confiance étroit. De plus son optimisation montre, en comparaison du scénario 1, un intervalle de confiance plus étroit sur l'estimation des paramètres α , K_s , A , et B . Par ailleurs, il apparaît que la valeur des estimations sur les paramètres α , K_s , et n des scénarios 3 et 4 est relativement insensible au fait que θ_r soit estimé ou non.

A l'aide de ces résultats, très contrastés selon l'expérience, il ne paraît possible de répondre catégoriquement à la question du bien fondé, dans le cadre de nos expériences, de l'estimation de θ_r .

3.3.2. Sol sableux : Cernay-la-ville

3.3.2.1. Valeur de la fonction objective et RMSE

L'expérience du 10-04-2008 montre des résultats très contrastés selon que le paramètre θ_r est optimisé (scénarios 2 et 4) ou non (scénarios 1 et 3) (Tableau 19). Le scénario 2 avec une FO égale à 520 et une RMSE égale à 41 % montre une optimisation défailante. Pour les 3 autres scénarios, les valeurs de FO, comprises entre 8,9 et 10,1, et les valeurs de RMSE, comprises entre 6,4 % et 8,7 % sont légèrement supérieures à celles des expériences menées sur le sol limoneux, mais restent dans un ordre de grandeur comparable.

3.3.2.2. Estimations des paramètres et intervalles de confiance

. θ_s

Le paramètre θ_s montre (à l'exception du scénario 2 qui est un échec) des valeurs comprises dans l'intervalle [0,405-0,463]. Ces valeurs sont peu différentes de celles obtenues sur presses de Richards (0,404 cm³.cm⁻³). Cependant les intervalles de confiances sont larges et la précision de l'estimation est moins bonne que celle obtenue, en général, lors des expériences menées sur le sol limoneux.

. α

Les estimations du paramètre α sont, pour les scénarios 1, 3, et 4, comprises dans l'intervalle [0,068 - 0,081]. Les intervalles de confiance sont assez étroits (et ce, en particulier pour le scénario 3, avec un intervalle de confiance égal à [0,068 – 0,098]. Les estimations de ce paramètre semblent ainsi fiables, en dépit de corrélations importantes avec les paramètres K_s et θ_s .

. n

Les estimations du paramètre n sont pour les scénarios 1, 3, et 4 comprises dans l'intervalle [2,35 – 2,99]. Les intervalles se situent à + et – 20 % de la valeur du paramètre ce qui donne une assez bonne confiance dans les valeurs estimées. C'est le scénario 3, avec la valeur n égale à 2,485 qui possède l'intervalle de confiance le plus étroit [2,118 – 2,852].

. K_s

Les estimations du paramètre K_s sont, pour les scénarios 1, 3, et 4, comprises dans l'intervalle [0,28 – 0,96] ce qui montre une grande variabilité de la valeur estimée en fonction du scénario suivi.

Si l'on compare les scénarios 3 et 4, il semble que l'optimisation de θ_r soit préjudiciable à la précision de l'estimation sur K_s (l'intervalle de confiance est plus large pour le scénario 4).

La valeur obtenue par extrapolation des données d'infiltrométrie multipotentielle est égale à 0,185 cm.min⁻¹, et diffère donc sensiblement des valeurs obtenues pour les scénarios 3 et 4, mais peu de celle obtenue pour le scénario 1 (0,28 cm.min⁻¹). Il semblerait donc qu'on ne peut avoir qu'une confiance modérée dans la valeur estimée de K_s lors de ces inversions.

.A et B

Ces paramètres montrent, pour les scénarios 1, 2, et 4, des valeurs estimées très semblables. Toutefois les intervalles de confiance sont, comme lors des expériences numériques et lors des expériences de terrain menées sur le sol limoneux, très larges.

.D

Les scénarios 3 et 4 mènent à des estimations de la dispersivité assez différentes (3,69 cm et 2,43 cm respectivement) avec des intervalles de confiance larges pour le scénario 3 [1,57 – 8,69] et extrêmement large pour le scénario 4 [0,08 – 73,8].

.R

Les scénarios 3 et 4 donnent des estimations de R voisines (2,11 et 1,95, respectivement), cependant les intervalles de confiance sur ce paramètre sont larges ([0,96 – 3,28] et [0,54 – 3,37] respectivement).

Les résultats de cette optimisation montrent que le scénario 3 est de loin le plus efficace pour obtenir une estimation avec de bons intervalles de confiance. Les paramètres hydrodynamiques, à l'exception de K_s et D , sont estimés dans ce scénario avec une très bonne confiance. La différence obtenue lors de l'inversion avec les résultats d'infiltrométrie multipotentielle a pour causes à la fois la différence de méthode employée dans l'estimation du paramètre, et la variabilité spatiale du paramètre. Les incertitudes sur l'estimation des paramètres de Rhoades et de la dispersivité sont larges.

3.3.2.3. Corrélations de paramètres

Pour les 4 scénarios, de très fortes corrélations existent entre les paramètres K_s , θ_r , et α (Tableau 20). De même A et B montrent une corrélation très importante, voisine de -0,99 pour les scénarios 1, 2, et 4, et égale à -0,94 pour le scénario 3.

Tableau 19. Résultats des estimations pour les 4 scénarios du sol de Cernay, le 10-04-08

	Valeur des paramètres et intervalle de confiance à 95%									FO	RMSE (%)
	θ_r (cm ³ cm ⁻³)	θ_s (cm ³ cm ⁻³)	α (cm ⁻¹)	n	K_s (cm min ⁻¹)	A	B	D (cm)	R		
Initial	0,000	0,450	0,145	2,680	0,495	1,210	0,132	-	1	10,050	8,66
Optimisés	-	0,405	0,068	2,344	0,280	1,260	-0,075	-	-		
Limite inf.	-	0,208	0,031	1,890	0,167	-7,207	-0,583	-	-		
Limite sup.	-	0,603	0,145	2,799	4,703	9,727	0,432	-	-		
Initial	0,010	0,450	0,145	2,680	0,495	1,210	0,132	-	1	520,400	40,88
Optimisés	0,019	0,550	0,030	1,920	0,030	1,000	-3,000	-	-		
Limite inf.	-0,756	-0,270	0,000	-0,715	0,000	-12,370	-43,162	-	-		
Limite sup.	0,793	1,370	92,500	4,557	227521	14,372	37,163	-	-		
Initial	0,000	0,450	0,145	2,680	0,495	1,210	0,132	4,000	2,000	9,882	6,920
Optimisés	-	0,463	0,081	2,485	0,610	1,241	-0,044	3,688	2,114		
Limite inf.	-	0,406	0,068	2,118	0,290	-1,651	-0,150	1,566	0,957		
Limite sup.	-	0,520	0,098	2,852	1,280	4,133	0,062	8,688	3,271		
Initial	0,010	0,450	0,145	2,680	0,495	1,210	0,132	4,000	2,000	8,890	6,42
Optimisés	0,050	0,412	0,076	2,991	0,512	1,330	-0,055	2,433	1,952		
Limite inf.	0,002	0,205	0,044	2,129	0,036	-7,408	-0,432	0,080	0,540		
Limite sup.	0,098	0,618	0,132	3,853	7,237	10,069	0,321	73,849	3,364		

Tableau 20. Matrices des coefficients de corrélation des paramètres pour les 4 scénarios du sol de Cernay, le 10-04-08

Scénario 1	θ_s	α	n	K_s	A	B	D	R
θ_s		0,991	-0,859	0,990	0,026	-0,026	-	-
α			-0,892	1,000	0,027	-0,028	-	-
n				-0,892	-0,013	0,013	-	-
K_s					0,027	-0,028	-	-
A						-1,000	-	-
Scénario 2	θ_s	α	n	K_s	A	B	D	R
θ_r	0,369	0,592	0,897	0,486	0,082	-0,083	-	-
θ_s		0,942	0,254	0,953	0,076	-0,042	-	-
α			0,421	0,990	0,067	-0,055	-	-
n				0,291	0,099	-0,088	-	-
K_s					0,055	-0,045	-	-
A						-0,993	-	-
Scénario 3	θ_s	α	n	K_s	A	B	D	R
θ_s		0,543	-0,183	0,555	-0,043	0,012	0,176	-0,207
α			-0,805	0,996	-0,010	-0,048	-0,358	-0,032
n				-0,754	-0,009	0,106	0,407	0,168
K_s					-0,012	-0,039	-0,353	-0,002
A						-0,937	-0,022	0,191
B							0,068	0,144
D								0,045
Scénario 4	θ_s	α	n	K_s	A	B	D	R
θ_r	0,402	0,437	0,502	0,487	-0,156	0,099	-0,237	-0,586
θ_s		0,910	-0,168	0,920	-0,059	0,030	0,083	-0,305
α			-0,392	0,998	-0,094	0,051	-0,296	-0,395
n				-0,328	-0,033	0,030	0,426	-0,087
K_s					-0,099	0,055	-0,276	-0,412
A						-0,994	0,082	0,144
B							-0,021	-0,034
D								0,493

3.3.3. Sol argileux : Rambouillet

3.3.3.1. Valeur de la fonction objective et RMSE

Les résultats en termes de valeur de la FO et d'erreur RMSE montrent, à l'exception du scénario 4 pour lequel ces valeurs sont très élevées (50,4 et 36,17 respectivement), des valeurs

proches de celles obtenues pour les expériences numériques et lors des expériences de terrain sur sol limoneux et sableux (Tableau 21).

Avec une valeur de 3,46, c'est le scénario 3 qui présente la valeur de la FO la plus basse (contre 3,72 et 4,0 pour les scénarios 1 et 2 respectivement). Les valeurs de RMSE les plus faibles sont obtenues pour les scénarios 1 et 3 (5,04 % et 5,06 %) alors que le scénario 2 a une RMSE égale à 5,53 %. On remarque que le scénario 2, qui optimise un paramètre de plus que le scénario 1, présente une valeur de la FO plus élevée. Un résultat inverse était attendu, car la liberté supplémentaire sur la valeur d'un paramètre offre normalement des possibilités de faire décroître la FO. Cette observation semble donc indiquer que, soit l'algorithme utilisé (Levenberg-Marquardt) n'est pas adapté pour le problème, soit sa paramétrisation (réglages dans PEST) devrait être améliorée.

3.3.3.2. Estimations des paramètres et intervalles de confiance

Les scénarios 1 et 2 montrent des différences dans les valeurs des paramètres estimées considérables. Cette observation ainsi que la remarque concernant les valeurs des FO pour ces 2 scénarios peuvent être interprétées comme une sous-détermination du problème (plusieurs minimums de la FO). Il se pourrait que le fait d'utiliser l'hypothèse d'une conductivité électrique de surface négligeable (loi de Rhoades simplifiée, équation 51) soit responsable en partie de cette sous-détermination du problème. En effet la teneur en argile élevée du sol de Rambouillet rend la validité de cette hypothèse pour ce sol très douteuse.

Le scénario 3 montre des intervalles de confiance très importants. De plus il existe des différences considérables entre les valeurs de paramètres obtenues lors du scénario 3 avec les valeurs de paramètres obtenues à partir des expériences de laboratoire (Tableau 15). Ainsi donc on ne peut avoir qu'une confiance modérée dans la valeur des estimations réalisées pour cette expérience.

Tableau 21. Résultats des estimations pour les 4 scénarios du sol de Rambouillet, 16-10-07

	Valeur des paramètres et intervalle de confiance à 95%									FO	RMSE (%)
	θ_r (cm ³ cm ⁻³)	θ_s (cm ³ cm ⁻³)	α (cm ⁻¹)	n	K_s (cm min ⁻¹)	A	B	D (cm)	R		
Initial	0,000	0,330	0,019	1,310	0,0043	2,134	-0,245	-	1	3,72	5,04
Optimisés	-	0,370	0,012	1,973	0,0006	1,807	0,015	-	-		
Limite inf.	-	0,347	0,001	1,676	2,E-05	-79,264	-0,196	-	-		
Limite sup.	-	0,392	0,262	2,269	0,0137	82,877	0,226	-	-		
Initial	0,050	0,330	0,019	1,310	0,0043	2,134	-0,245	-	1	4,00	5,53
Optimisés	0,002	0,301	0,022	1,304	0,0038	2,130	-0,282	-	-		
Limite inf.	-0,064	0,282	0,013	1,132	0,0023	-27,600	-4,222	-	-		
Limite sup.	0,068	0,319	0,035	1,476	0,0065	31,859	3,658	-	-		
Initial	0,000	0,330	0,019	1,310	0,0043	2,134	-0,245	4,000	2,000	3,46	5,06
Optimisés	-	0,360	0,027	2,425	0,0009	2,177	0,203	6,025	0,116		
Limite inf.	-	0,243	0,001	2,044	3,E-05	-20,235	-1,818	0,307	-0,614		
Limite sup.	-	0,476	0,802	2,805	0,0220	24,590	2,223	118,142	0,846		
Initial	0,050	0,330	0,019	1,310	0,0043	2,134	-0,245	4,000	2,000	50,36	36,17
Optimisés	0,050	0,412	0,076	2,991	0,5121	1,330	-0,055	2,433	1,952		
Limite inf.	0,002	0,205	0,044	2,129	0,0362	-7,408	-0,432	0,080	0,540		
Limite sup.	0,098	0,618	0,132	3,853	7,2374	10,069	0,321	73,849	3,364		

3.3.3.3. Corrélations de paramètres

Le scénario 4, pour lequel la FO et la RMSE sont très élevés possède une matrice normale presque singulière et donc la matrice de corrélation n'a pas pu être calculée.

Les 3 autres scénarios montrent des coefficients de corrélation assez hétérogènes (Tableau 22) avec, comme valeurs remarquables, les hauts coefficients de corrélation suivants :

- entre α et K_s pour les scénarios 1 et 3 égaux à 0,998 et 0,996 respectivement (alors que pour le scénario 2 le coefficient de corrélation entre α et K_s vaut -0,164),
- entre A et B pour les scénarios 1, 2 et 3, avec des valeurs égales à 0,908, -0,9998, et 0,936 respectivement,
- entre D et R (-0,924) et entre D et θ_s (-0,942) pour le scénario 3.

Tableau 22. Matrices des coefficients de corrélation des paramètres pour les 4 scénarios du sol de Rambouillet, 16-10-07

Scénario 1	θ_s	α	n	K_s	A	B	D	R
θ_s		-0,406	0,621	-0,447	0,197	0,445	-	-
α			-0,587	0,998	0,012	-0,082	-	-
n				-0,633	0,094	0,248	-	-
K_s					0,002	-0,103	-	-
A						0,908	-	-
Scénario 2	θ_s	α	n	K_s	A	B	D	R
θ_r	-0,018	0,117	0,319	-0,356	-0,109	0,109	-	-
θ_s		0,672	0,826	-0,647	0,020	-0,002	-	-
α			0,713	-0,164	-0,086	0,099	-	-
n				-0,803	-0,021	0,034	-	-
K_s					-0,045	0,035	-	-
A						-0,9998	-	-
Scénario 3	θ_s	α	n	K_s	A	B	D	R
θ_s		0,393	0,622	0,311	-0,182	0,145	-0,942	0,867
α			-0,288	0,996	-0,096	0,025	-0,473	0,345
n				-0,365	-0,094	0,114	-0,524	0,532
K_s					-0,082	0,011	-0,399	0,275
A						0,936	0,304	-0,290
B							-0,015	0,054
D								-0,924
Scénario 4								

3.3.4. Sensibilité des quadripôles

Le calcul des valeurs moyennes des sensibilités calculées pour chacun des 54 quadripôles montre que les ordres de grandeur entre les quadripôles sont comparables, au sein d'un même sol (Tableau 23). Les valeurs de sensibilité les plus faibles correspondent, et ce pour tous les sols, aux grands écartements en configuration gradient (de type : injection aux électrodes 1 et 9, et mesure entre les électrodes 2 et 8), alors que les valeurs les plus élevées correspondent aux écartements les plus serrés en configuration dipôle-dipôle (de type : injection aux électrodes 4 et 5, et mesures entre les électrodes 6 et 7).

3.3.5. Discussion et conclusions

Nous avons réalisé pour 5 expériences de terrain, 4 scénarios d'inversion des paramètres, qui estiment chacun un nombre différents de paramètres. Ces scénarios, qui avaient pour but de valider la méthode, ont montré que l'optimisation du paramètre θ_r ne joue pas un rôle identique pour toutes les expériences, et que son rôle peut être différent selon que le paramètre de dispersivité est optimisé ou non. Il semble que, dans une large part, ce résultat puisse être attribué au fait que l'algorithme utilisé n'est pas complètement adapté à ce type de problème ou alors que sa paramétrisation ait été imparfaite.

Trois des expériences servant de support aux inversions réalisées concernent le sol de Grignon. Il apparaît que l'optimisation des paramètres hydrodynamiques de Mualem-van Genuchten est assez concluante pour ce sol. En effet les valeurs des paramètres obtenues coïncident bien avec celles établies à partir des courbes de rétention en eau. De plus les intervalles de confiance à 95 % délivrés par PEST sont étroits et attestent d'une bonne précision de ces estimations (surtout pour les paramètres α , θ_s , et n). Les 3 expériences donnent des estimations des valeurs des paramètres hydrodynamiques très proches, excepté pour K_s qui est plus variable selon l'expérience.

En revanche pour les sols sableux de Cernay et argileux de Rambouillet, pour chacun desquels une seule expérience a pu servir à inverser les paramètres, la méthode semble nettement moins concluante, car les valeurs des estimations des paramètres hydrodynamiques varient selon le scénario utilisé.

Tableau 23. Valeur moyenne de la sensibilité pour les 54 quadripôles, pour les 4 scénarios

Electrodes d'injection		Electrodes de mesure		Sensibilité		
				Grignon	Cernay	Rambouillet
1	2	3	4	0,14	0,55	0,09
2	3	4	5	0,29	1,41	0,30
2	3	5	6	0,23	1,41	0,23
2	3	6	7	0,20	0,55	0,26
3	4	1	2	0,14	0,61	0,09
3	4	5	6	0,44	2,23	0,30
3	4	6	7	0,26	1,14	0,24
3	4	7	8	0,18	0,67	0,25
3	4	1	9	0,11	0,66	0,11
3	4	2	8	0,13	0,63	0,10
4	5	2	3	0,30	1,58	0,32
4	5	6	7	0,48	2,19	0,37
4	5	7	8	0,23	1,53	0,28
4	5	1	9	0,22	1,52	0,31
4	5	2	8	0,24	1,52	0,30
4	5	3	7	0,27	1,54	0,31
8	9	6	7	0,14	0,41	0,11
7	8	3	4	0,19	0,74	0,26
7	8	4	5	0,22	1,42	0,27
7	8	5	6	0,28	1,01	0,34
6	7	2	3	0,20	0,63	0,24
6	7	3	4	0,27	1,09	0,24
6	7	4	5	0,46	2,28	0,35
6	7	8	9	0,14	0,45	0,11
6	7	1	9	0,11	0,51	0,13
6	7	2	8	0,13	0,47	0,12
5	6	2	3	0,23	1,35	0,24
5	6	3	4	0,45	2,25	0,32
5	6	7	8	0,28	1,05	0,35
5	6	1	9	0,22	1,16	0,31
5	6	2	8	0,23	1,30	0,31
5	6	3	7	0,26	1,25	0,32
1	9	3	4	0,11	0,64	0,11
1	9	4	5	0,21	1,38	0,29
1	9	5	6	0,21	1,15	0,30
1	9	6	7	0,11	0,47	0,13
1	9	2	8	0,04	0,08	0,01
1	9	3	7	0,10	0,62	0,10
1	9	4	6	0,21	1,26	0,29
2	8	3	4	0,13	0,60	0,10
2	8	4	5	0,23	1,35	0,29
2	8	5	6	0,23	1,11	0,30
2	8	6	7	0,13	0,42	0,12
2	8	1	9	0,04	0,08	0,02
2	8	3	7	0,12	0,54	0,09
2	8	4	6	0,23	1,21	0,29
3	7	4	6	0,26	1,27	0,30
3	7	2	8	0,12	0,58	0,09
3	7	1	9	0,10	0,63	0,10
3	7	4	5	0,26	1,44	0,29
3	7	5	6	0,26	1,19	0,31
4	6	1	9	0,22	1,41	0,31
4	6	2	8	0,24	1,41	0,30
4	6	3	7	0,26	1,24	0,31

De plus, les intervalles de confiances obtenus sont beaucoup plus larges que dans le cas du sol limoneux. Pour Rambouillet, il était vraisemblablement illusoire d'espérer qu'une relation qui ne prenne pas en compte la conductivité électrique de surface des constituants du sol puisse représenter correctement la correspondance entre la teneur en eau volumique du sol et sa conductivité électrique. Dans le cas de Cernay, il semblerait que c'est l'allure raide de la courbe de teneur en eau volumique en fonction du potentiel matriciel, typique des sols de texture grossière, qui rend la méthode moins opérationnelle (cette explication avait été proposée lors de l'expérience numérique pour justifier des résultats moins concluants pour le sol sablo-limoneux comparés à ceux du sol limoneux).

En ce qui concerne l'estimation des paramètres de Rhoades, pour tous les scénarios des trois sols, les incertitudes sur les valeurs des paramètres obtenues sont très fortes. D'importantes corrélations entre ces 2 paramètres ont été observées lors des inversions. Les valeurs obtenues sont très variables, à Grignon, d'une expérience à l'autre, et d'un scénario à l'autre, ce qui ne permet pas d'avoir une bonne confiance sur les résultats obtenus.

Le paramètre de dispersivité, lorsqu'il est optimisé, montre lui aussi une incertitude importante sur sa valeur. Parmi les 3 expériences réalisées à Grignon, deux d'entre elles donnent, pour les scénarios 3 et 4, des estimations de D très voisines, alors que la troisième expérience donne des résultats très différents selon le scénario employé (E3). A Cernay et Rambouillet, il existe également des différences notoires dans la valeur de l'estimation de D en fonction du scénario employé.

Il apparaît donc que, lors de notre étude, la méthode employée n'a fonctionné correctement que dans le cas du sol limoneux. Dans ce cas, les paramètres de Mualem-van Genuchten ont été estimés précisément, bien que l'inversion des paramètres pétrophysiques de Rhoades n'ait pas été fiable. La dispersivité a été obtenue avec une incertitude importante.

Conclusion générale et perspectives

L'objectif proposé pour ce travail était de mettre au point une méthode d'inversion des paramètres hydrodynamiques du sol (paramètres de Mualem-van Genuchten) par le biais d'une modélisation inverse d'une infiltration à disque pendant laquelle des mesures de résistivité électrique sont réalisées dans la zone du bulbe d'infiltration.

Après avoir suggéré dans un premier chapitre l'intérêt d'une telle méthode et les avantages qu'elle pourrait comporter (mesures non invasives réalisées *in situ*, estimation des paramètres au sein d'une unique expérience qui aboutit en principe à un jeu cohérent de paramètres...), on a démontré dans un second chapitre, par le biais d'une étude numérique que la méthode peut conduire aux résultats escomptés. Lors de cette étude numérique, des représentations de la fonction objective ont été proposées, et des scénarios d'inversion ont été construits et testés. En raison de temps de calcul importants, et pour simplifier le problème, seulement 3 paramètres hydrodynamiques ont été inversés dans cette partie (α , n , et K_s) et deux textures de sol ont été testées (textures limoneuse et sablo-limoneuse). On a cherché à inverser également les paramètres pétrophysiques qui assurent, via la relation de Rhoades et al. (1976), la correspondance entre la teneur en eau volumique du sol et sa résistivité électrique. Cette étude numérique a montré que la méthode est adaptée à la détermination des paramètres de Mualem–van Genuchten, mais que les paramètres pétrophysiques ne peuvent être inversés correctement.

L'objet du troisième et dernier chapitre a porté sur la réalisation d'expériences de terrain et des inversions numériques associées. Trois sols de textures différentes (sableuse, limoneuse, et argileuse) ont été testés, et, à chaque fois, 4 scénarios d'inversion ont été réalisés. Ces scénarios différaient par le fait que θ_r était optimisé ou non, et par le fait que la dispersivité était inversée ou non. Il a été observé, dans le cas du sol limoneux, que la méthode conduit vers une estimation correcte des paramètres de Mualem–van Genuchten, que les paramètres de Rhoades ne peuvent être inversés qu'avec une incertitude très large, et que la dispersivité

est, elle aussi, estimée avec une incertitude importante. En ce qui concerne les sols sableux et argileux, les paramètres de Mualem–van Genuchten ont été optimisés avec des incertitudes plus importantes que dans le cas du sol limoneux, et l’optimisation de la dispersivité a été un échec.

Néanmoins, de nombreuses améliorations pourraient être envisagées dans le futur afin de rendre la méthode plus performante :

- Le choix des quadripôles utilisés pour les mesures de résistivité électrique a été réalisé sans étude de sensibilité préalable, et la connaissance des sensibilités des quadripôles permettrait vraisemblablement d’accroître la pertinence de ces mesures.
- Le nombre de mesures de quadripôles pourrait être augmenté. On aurait avantage, par exemple, à prendre en considération aussi des quadripôles avec des écartements plus serrés que ceux utilisés (on a espacé les électrodes de 5 cm, mais par exemple, un écartement de moitié pourrait se révéler fructueux).
- Les expériences d’inversion n’ont simulé qu’une seule infiltration. Il pourrait être judicieux afin de mieux contraindre l’inversion du paramètre de dispersivité, de réaliser plusieurs infiltrations au même endroit en utilisant des solutions de forces ioniques différentes et très contrastées. On pourrait dans ce but utiliser une eau d’infiltration possédant une conductivité électrique très supérieure (environ 50 mS cm^{-1}) à celle de l’eau présente naturellement dans le sol, ou très inférieure (par exemple $0,05 \text{ mS cm}^{-1}$). Evidemment l’utilisation de différents potentiels d’infiltration pourrait être envisagée aussi, mais la détermination des paramètres du transport de masse étant mieux assurée que celle du transport de soluté, il nous semble plus intéressant de se pencher sur l’utilisation de solutions d’infiltration possédant des conductivités électriques contrastées.
- Des progrès en temps de calcul pourraient être obtenus en utilisant la version parallélisée de swms_3D. De plus, une étude précise de l’impact de la sensibilité du modèle aux dimensions du domaine et des mailles (notamment électrique) pourrait permettre d’utiliser un domaine de simulation plus restreint et/ou avec moins de mailles.
- L’algorithme utilisé (Levenberg-Marquardt) est un algorithme de type heuristique. Celui-ci présente l’avantage de ne nécessiter qu’un faible nombre de modélisations directes du problème, mais son usage a été vraisemblablement inadapté dans certains cas à l’obtention du minimum global de la fonction objective. L’utilisation d’une méthode stochastique (de type recuit simulé ou algorithme génétique) pourrait améliorer certainement les résultats.

Bibliographie

Ankeny M.D., Ahmed M., Kaspar T.C., and Horton R., 1991. Simple field method for determining unsaturated hydraulic conductivity. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 55:467-470.

Amente G., Baker J. M., and Reece C.F., 2000. Estimation of soil solution electrical conductivity from bulk soil electrical conductivity in sandy soils. *Soil Sci. Soc. J.* 64:1931-1939.

Archie G.E., 1942. The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics. *Trans. Am. Inst. Min. Metall. Pet. Eng.* 146-154.

Bastet G., Bruand A. Quétin P., et Cousin I., 1998. Estimation des propriétés de rétention en eau des sols à l'aide des fonctions de pédotransfert : une analyse bibliographique. *Etude et gestion des sols* 5,1.

Binley, A., Cassiani G., Middleton R., and Winship P., 2002. Vadose zone flow model parameterisation using cross-borehole radar and resistivity imaging. *Journal of Hydrology*, 267:147-159.

Bohn H.L., Ben-Asher J., Tabbara H.S., Marwan M., 1982. Theories and tests of electrical conductivity in soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 46:1143-1146.

Burdine N.T., 1953. Relative permeability calculation from size distribution data. *Trans. Aime*, 198:71-78.

Burger H.R., 1992. *Exploration geophysics of the shallow subsurface*. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ.

Carsel R. F. and Parrish R. S., 1988. Developing joint probability distributions of soil water retention characteristics. *Wat. Res. Res.*, 24(5):755-769.

Childs E.C. and Collis-George N., 1950. The permeability of porous materials. *Proc. Roy. Soc. Ser. A*, 201:392-405.

Coquet Y., Boucher A., Labat C., Vachier P. et Roger-Estrade J., 2000. Caractérisation hydrodynamique des sols à l'aide de l'infiltromètre à disque. Aspects théoriques et pratiques. *Etude et Gestion des Sols*, 7:7-24.

Coquet Y., Vachier P., and Labat C., 2005a. Vertical variation of near-saturated hydraulic conductivity in three soil profiles. *Geoderma* 126:181-191.

Coquet Y., Coutadeur C., Labat C., Vachier P., van Genuchten M.Th., Roger-Estrade J., and Simunek J., 2005b. Water and solute transport in a cultivated silt loam soil: I. Field observations. *Vadose Zone J.* 4:573–586.

Coquet Y., J. Simunek J., Coutadeur C., van Genuchten M. Th., Pot V., and Roger-Estrade J., 2005c. Water and Solute Transport in a Cultivated Silt Loam Soil: 2. Numerical Analysis. *Vadose Zone J.* 4:587–601.

Corwin R.F., 1990. The self-potential method for environmental and engineering applications. *Geotechnical and Environmental Geophysics*, 127-146, S.H. Ward ed., SEG.

Corwin D.L., Lesch S.M., 2005. Apparent soil electrical conductivity measurements in agriculture. *Computer and Electronics in Agriculture* 46:11-43.

Daily W. Ramirez A., LaBrecque D. and Nitao J., 1992. Electrical resistivity tomography of vadose water movement. *Wat. Res. Res.*, 28:1429-1442.

Dalton F.N., 1992. Development of time-domain reflectometry for measuring soil water content and bulk soil electrical resistivity. P. 143-167. *In* Topp G.C. et al. (ed.) *Advances in measurement of soil physical properties: Bringing theory into practice*. SSSA Spec. Publ. 30. SSSA, Madison, WI.

Dane J. H., and Hruska S., 1983. In-situ determination of soil hydraulic properties during drainage. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 47:619-624.

Doherty J., Version 5 of PEST Manual. Watermark Numerical Computing, Brisbane Australia, 2003.

de Marsily G., 1981. Hydrogéologie quantitative, Masson, Paris, 215 p.

Eching S. O. and Hopmans J. W., 1993. Optimization of hydraulic functions from transient outflow and soil water pressure data. Soil Sci. Soc. Am. J., 57:1167-1175.

Finsterle S. and Faybishenko B., 1998. Inverse modelling of a radial multistep outflow experiment for determining unsaturated hydraulic properties. Advances In Water Resources 22:431-444.

Fournier B. et Michelin J., 1989. Extrait de la carte pédologique du sous-secteur 1 "Rambouillet". INAPG.

Friedman S., 2005. Soil properties influencing apparent electrical conductivity: a review. Computer and Electronics in Agriculture 46:45-70.

Gardner W.R., 1958. Some steady-state solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water table. Soil Sci. Soc. Am. J., 85:228-232.

Gribb M., 1996. Parameter estimation for determining hydraulic properties of a fine sand from transient flow measurements. Wat. Res. Res. 32(7):1965-1974.

Grote K., Hubbard S., and Rubin Y., 2003. Field-scale estimation of volumetric water content using GPR ground wave techniques. Wat. Res. Res., 39(11):1321-1335.

Gupta S.C., and Hanks R.J., 1972. Influence of water content on electrical conductivity of the soil. Soil Sci. Soc. Am. J. 36:855-857.

Haverkamp R., Leij F.J., Fuentes C., Sciortino A., and Ross P.J., 2005. Soil water retention: I. Introduction of a shape index. Soil Sci. Soc. Am. J. 69:1881–1890.

Huyer W., and Neumaier A., 1999. Global optimization by multilevel coordinate search, *J. Global Optim.*, 14:331-355.

Inoue M, Simunek J., Shiozawa S., and Hopmans J.W., 2000. Simultaneous estimation of soil hydraulic and solute transport parameter from transient infiltration experiments. *Advances In Water Resources*, 23:677-688.

Jacques D., Simunek J., Timmerman A., and Feyen J., 2002. Calibration of Richards' and convection-dispersion equations to field-scale water flow and solute transport under rainfall conditions. *Journal of Hydrology*, 259:15-31.

Jhorar R.K., Bastiaanssen W.G.M., Feddes R.A., and Van Dam J.C., 2002. Inversely estimating soil hydraulic functions using evapotranspiration fluxes, *Journal of Hydrology*, 258:198-213.

Keller G.V., 1994. Rock and mineral properties. *In* M.N. Nabighian (ed.) *Electromagnetic methods in applied geophysics*. P. 13-52. *In* Theory. Vol. 1. *Investigations in Geophysics 3*. Society of Exploration Geophysicists, Tulsa.

Keller G.V., and Frischknecht F.C., 1966. *Electrical methods in geophysical prospecting*. Pergamon Press, New York.

Kemna, A., Vanderborght J., Kulessa B., and Vereecken H., 2002. Imaging and characterisation of subsurface solute transport using electrical resistivity tomography and equivalent transport models. *Journal of Hydrology*, 267:125-146.

Kirkham D., Taylor G.S., 1950. Some tests on a four electrode probe for soil moisture measurements. *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.* 14:42-46.

Kool J. B., Parker J. C., and van Genuchten M.T., 1985. Determining soil hydraulic properties from one-step outflow experiments by parameter estimation, I, Theory and numerical studies. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 49:1348-1354.

- Kool J. B., Parker J. C., and van Genuchten M.T., 1987. Parameter estimation for unsaturated flow and transport models, A review. *Journal of Hydrology*, 91:255-293.
- Klute A., 1986. Water retention : laboratory methods. *Methods of Soil Analysis. Part 1- Physics and Mineralogical methods*. Eds Soil Science Society of America Journal, Madison, A. Klute, 687-734.
- Lambot S., Antoine M., van den Bosch I., Slob E.C. and Vanclooster M., 2004. Electromagnetic inversion of GPR signals and subsequent hydrodynamic inversion to estimate effective vadose zone hydraulic properties. *Vadose Zone J.* 3:1072-1081.
- Lambot S., Javaux M., Hupet F., and Vanclooster M., 2002. A global multilevel coordinate search procedure for estimating the unsaturated soil hydraulic properties, *Wat. Res. Res.* 38(11):6/1-6/15.
- Liu S., and Yeh T., 2004. An integrative approach for monitoring water movement in the vadose zone. *Vadose Zone J.* 3:681-692.
- Looms M.C., Binley A., Jensen K.H., Nielsen L., and Hansen T.M., 2008. Identifying unsaturated hydraulic parameters using an integrated data fusion approach. *Vadose Zone J.* 7:238–248.
- Lunt I.A., Hubbard S.S., and Rubin Y., 2005. Soil moisture content estimation using ground-penetrating radar reflection data. *Journal of hydrology*. 307:254-269.
- Marquardt D. W., 1963. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *J. Soc. Ind. App. Math.* 11, 431-441.
- McBratney A.B., and D.J. Mulla. 2002. Soil spatial variability. p. 346-373. In *Soil Physics Companion*. A. W. Warrick (ed.) CRC Press.
- McCutcheon M.C., Farahani H.J., Stednick J.D., Buchleiter G.W., and Green T.R., 2006. Effect of soil water on apparent soil electrical conductivity and texture relationships in a dryland field. *Biosystems Engineering*. 94(1):19-32.

Mertens J., Jacques D., Vanderborght J., and Feyen J., 2002. Characterisation of the field-saturated hydraulic conductivity on a hillslope: in situ single ring pressure infiltrometer measurements. *Journal of Hydrology*. 263(1-4):217-229.

Millington R.J. and Quirk J.P., 1961. Permeability of porous solid. *Trans, Faraday Soc.*, 57:1200-1206.

Mohanty B. P., Ankeny M. D., Horton R., and Kanwar R. S., 1994. Spatial analysis of hydraulic conductivity measured using disc infiltrometers. *Wat. Res. Res.* 30(9):2489-2498.

Mualem Y., 1976. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Wat. Res. Res.* 12:513-522.

Mualem Y. and Friedman S.P., 1991. Theoretical prediction of electrical conductivity in saturated and unsaturated soil. *Wat. Res. Res.* 27:2271-2777.

Nachabe M. 1995. Estimating hydraulic conductivity for models of soils with macropores. *J. Irrig. Drain. Eng.* 121:95-102.

Nadler A. and Frenkel H., 1980. Determining of soil solution electrical conductivity from bulk soil electrical conductivity measurements by the four-electrode method. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 44:1216-1221.

Nimmo J.R., 1991. Comments on the treatment of residual water content in 'A consistent set of parametric models for the two-phase flow immiscible fluids in the subsurface' by L. Luckner et al. *Wat. Res. Res.* 27(4):661-662.

Patella D., 1997. Introduction to ground surface self-potential tomography. *Geophys. Prospecting*, 45:653-681.

Perroux K.M. and White I., 1988. Designs for disk permeameters. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 52:1205-1215.

Quétin P. et Gaillard H., 1998. Fiche de protocole : Mesure des propriétés de rétention en eau sur des mottes. Rapport Technique, INRA Orléans.

Ramos T.B., Gonçalves M.C., Martins J.C., van Genuchten M.T., and F. P. Pires, 2006. Estimation of soil hydraulic properties from numerical inversion of tension disk infiltrometer data. *Vadose Zone J.* 5:684-696.

Reynolds W.D. and Elrick D.E., 1991. Determination of hydraulic conductivity using a tension infiltrometer. *Soil Sci. Soc.Am. J.* 55:633-639.

Rhoades J.D., Raats P.A.C., and Prather R.J., 1976. Effect of liquid-phase electrical conductivity, water content, and surface conductivity on bulk soil electrical conductivity. *Soil Sci. Soc.Am. J.* 40:651-655.

Richard G., Cosenza P., Aboubacar A., et Tabbagh A., 2005. Etude des variations de résistivité électrique d'un sol limoneux en fonction de sa teneur en eau et de sa porosité. 5^{ème} colloque Geofcan.

Richards L.A., 1931. Capillary conduction of liquids through porous media. *Physics*, 1:318-330.

Rhoades J.D., Manteghi N.A., Shouse P.J., and Alves W.J., 1989. Soil electrical conductivity and soil salinity: New formulations and calibrations. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 53:433-439.

Robinson D.A., Jones S.B., Wraith J.M., Or D., and Friedman S.P., 2003. A review of advances in dielectric and electrical conductivity measurement using time domain reflectometry: simultaneous measurement of water content and bulk electrical conductivity in soils and porous media. *Vadose Zone J.* 2:444-475.

Romano N. and Santini A., 1999. Determining soil hydraulic functions from evaporation experiments by a parameter estimation approach: Experimental verifications and numerical studies. *Wat. Res. Res.* 35:3343-3359.

Russo D., Bresler E., Shani U., and Parker J. C., 1991. Analyses of infiltration events in relation to determining soil hydraulic properties by inverse problem methodology, *Water Resour. Res.* 27:1361-1373.

Saintenoy A., Schneider S., and Tucholka P., 2008. Evaluating ground penetrating radar use for water infiltration monitoring. *Vadose Zone J.* 7:208–214.

Sauer M.C., Southwick P.F., Spiegler K.S., and Wyllie M.R.J., 1955. Electrical conductance of porous plugs. Ion exchange resin-solution systems. *Ind. and Eng. Chem.* 47:2187.

Schaap M.G. and Leij F.J., 2001. Using neural networks to predict soil water retention and soil hydraulic conductivity. *Soil & Tillage Research* 47:37-42.

Schneider V., 2006. Stratification et recharge de la nappe des sables de Fontainebleau (bassin de Paris): Contribution de la drainance ascendante depuis la nappe de l'Eocène. Thèse de Doctorat de l'Université Paris-Sud 11, Orsay, France.

Shainberg I., Rhoades J.D., and R.J. Prather, 1980. Effect of exchangeable sodium percentage, cation exchange capacity, and soil solution concentration on soil electrical conductivity. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 44:469-473.

Shea P.F. and Luthin J.N., 1961. An investigation of the use of the four-electrode probe for measuring soil salinity in situ. *Soil Sci.* 92:331-339.

Sheets K.R. and Hendrickx J.M., 1995. Non-invasive soil water content measurement using electromagnetic induction. *Wat. Res. Res.* 31:2401-2409.

Sill W.R., 1983. Self-potential modeling from primary flows. *Geophysics*, 48:76-86.

Simunek J., Huang K., and Van Genuchten M. Th., 1995. The SWMS_3D code for simulating water flow and solute transport in three-dimensional variably-saturated media. Version 1.0, U. S. Salinity Laboratory Agricultural Research Service U. S. Department of Agriculture. Riverside, California.

Simunek J. and van Genuchten M.T., 1996. Estimating unsaturated soil hydraulic properties from tension disc infiltrometer data by numerical inversion. *Wat. Res. Res.* 32(9):2683-2696.

Simunek J., van Genuchten M.T., Gribb M.M., and Hopmans J.W., 1998. Parameter estimation of unsaturated soil hydraulic properties from transient flow processes. *Soil & Tillage Research* 47:27-36.

Simunek J., Wendroth O., and van Genuchten M.T., 1999. Estimating unsaturated soil hydraulic properties from laboratory tension disc infiltrometer experiments. *Wat. Res. Res.* 35(10):2965-2979.

Singha K. and Gorelick S.M., 2005. Saline tracer visualized with electrical resistivity tomography: Field scale spatial moment analysis. *Water Resources Research*, 41, W05023, doi:10.1029/2004WR003460, 2005.

Sreedeeep S., Reshma A.C. and Singh D.N., 2004. Measuring soil electrical resistivity using a resistivity box and a resistivity probe. *Geotechnical Testing Journal* 27(4):1-5.

Toorman A. F., Wierenga P.J., and Hills R. G., 1992. Parameter estimation of hydraulic properties from one-step outflow data, *Water Resour. Res.* 28(11):3021-3028.

Topp G.C., Davis J.L., and Annan A.P., 1980. Electromagnetic determination of soil water content: Measurement in coaxial transmission lines. *Water Resour. Res.* 16:574-582.

U.S. Salinity Laboratory Staff, 1954. Diagnosis and improvement of saline and alkali soils. I. A. Richards (ed.) USDA Agric. Handbook 60. U.S. Gov. Print. Office, Washington, DC.

van Dam J.C., Styriker J.N.M., and Droggers P., 1992. Inverse method for determining soil hydraulic functions from one-step outflow experiment,. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 56:1042-1050.

van Dam J.C., Styriker J.N.M., and Droggers P., 1994. Inverse method to determine soil hydraulic functions from multistep outflow experiment, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 58:647-652.

Vanderborght J., Kemna A., Hardelauf H., and Vereecken H., 2005. Potential of electrical resistivity tomography to infer aquifer transport characteristics from tracer studies: A synthetic case study. *Water Resour. Res.*, VOL. 41, W06013, doi:10.1029/2004WR003774

Vanderborght J. and Vereecken H., 2007. Review of dispersivities for transport modeling in soils. *Vadose Zone J.* 6:29-52.

Vandervaere J.P., 1995. Caractérisation hydrodynamique du sol *in situ* par infiltrométrie à disques. Analyse critique des régimes pseudo-permanents, méthodes transitoires et cas des sol encroûtés. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble I. LTHE.

Vandervaere J.P., Vauclin M., and Elrick D.E., 2000. Transient flow from tension infiltrometers: I. The two-parameter equation. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 64:1272–1284.

van Genuchten M. Th., 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soil. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 44:892-898.

Vereecken H., Kasteel R., vanderborght J., and Harter T., 2007. Upscaling hydraulic properties and soil water flow processes in heterogeneous soils: a review. *Vadose Zone J.* 6:1-28.

Vrugt J.A., Stauffer P.H., Wöhling Th., Robinson B.A., and Vesselinov V.V., 2008. Inverse modelling of subsurface flow and transport properties: a review with new developments. *Vadose Zone J.* 7:843-864.

Warrick A.W., 1992. Models for disc infiltrometers. *Water Resour. Res.* 28(5):1319-1327.

Watson K.W., and R.J. Luxmoore. 1986. Estimating macroporosity in a forest watershed by use of a tension infiltrometer. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 50:578-582.

Waxman M.H. and Smits L.J.M., 1968. Electrical conductivities in oil-bearing shaly sands. *Soc. Pet. Eng.* 243:107-122.

Weerts A.H., Bouten W., and Verstraten J.M., 1999. Simultaneous measurement of water retention and electrical conductivity in soils: Testing the Mualem-Friedman tortuosity model. *Water Resour. Res.* 35(6):1781-1787.

White I. and Perroux K. M., 1987. Use of Sorptivity to determine field hydraulic properties. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 51:1093-1101.

Willye M.R.J. and Gardner H.F., 1958. The generalized Kozeny-Carman equation. *World Oil*, 146:210-228.

Wooding R.A., 1968. Steady infiltration from a shallow circular pond. *Water Resour. Res.* 4:1259-1273.

Zou Z., Young M.H., Li Z., and Wierenga P.J., 2001. Estimation of depth averaged unsaturated soil hydraulic properties from infiltration experiments. *Journal of Hydrology* 242:26-42.

Annexe : Modélisation des flux électriques avec SWMS_3D

On se propose, pour simuler le champ de potentiel électrique, d'utiliser le code SWMS_3D, car il existe une parfaite analogie entre l'équation du champ de potentiel hydraulique, et celui du potentiel électrique.

$$\frac{\partial}{\partial x} K \frac{\partial h}{\partial x} = \delta(x)q \qquad \frac{\partial}{\partial x} \sigma_b \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \delta(x)I \qquad (60)$$

Ce qui permet d'écrire que :

$$\frac{\Delta h \times r}{q} = \frac{1}{K} \quad \text{et} \quad \frac{\Delta \varphi \times r}{I} = \frac{1}{\sigma_b} \quad \text{soit} \quad K \frac{\Delta h}{q} = \sigma_b \frac{\Delta \varphi}{I} \qquad (61)$$

h : potentiel matriciel [L]

φ : potentiel électrique [V]

q : flux hydrique [$L^3 T^{-1}$]

I : flux électrique [A]

r : facteur géométrique [L]

r : facteur géométrique [L]

K : conductivité hydraulique [$L T^{-1}$]

σ_b : conductivité électrique [$V^{-1} A L^{-1}$]

Pour que l'analogie puisse fonctionner, il nécessaire que les flux électriques simulés sous SWMS_3D se déroulent dans un état du système où K est constant en fonction du temps. Ainsi on peut écrire que $K = \sigma_b$. En s'assurant que le milieu est toujours saturé, on respecte cette condition.

Simulation d'une injection de courant entre 2 points A et B

L'injection de courant est simulée par une condition de flux constant imposée sur les 2 nœuds qui représentent la position des électrodes, les deux flux étant de valeur absolue égale et de signe opposé. Un flux constant d'intensité I au nœud A et un flux constant d'intensité à $-I$ au nœud B sont imposés. La valeur du potentiel est alors calculée en chaque point du domaine de simulation.